



2
2025

FIZIKA, MATEMATIKA *va* INFORMATIKA

ILMIY-USLUBIY JURNAL

2001-yildan chiqa boshlagan

Toshkent – 2025

**Bosh muharrir – Xolboy IBRAIMOV pedagogika fanlari
doktori, Akademik**

**Muharrir – Bakhshillo Amrillayevich OLIMOV f.-m.f.n.,
v.v.b., professor**

**Mas’ul kotib – Riskeldi Musamatovich Turgunbayev f.-m.f.n.,
professor**

TAHRIR HAY’ATI A’ZOLARI

IBRAIMOV Xolboy

AYUPOV Shavkat Abdullayevich

OLIMOV Bakhshillo Amrillayevich

AKMALOV Abbos Akromovich

KUVANDIKOV Oblokul

TURSUNMETOV Kamiljan

MAKHMUDOV Yusup Ganiyevich

TURGUNBAYEV Riskeldi Musamatovich

MUSURMONOV Raxmatilla

MAXMUDOV Abdulxalim Xamidovich

MAMARAJABOV Mirsalim Elmirzayevich

XUJANOV Erkin Berdiyevich

ORLOVA Tatyana Alekseyevna

BOZOROV Erkin Xojiyevich

BARAKAYEV Murod

**Muassis:
T.N.Qori Niyoziy nomidagi Tarbiya pedagogikasi
milliy instituti
71 256 53 57**



ILMIY-OMMABOP BO'LIM

BA'ZI PARAMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

*N. X. Qurbonov, TerDPI Matematika va informatika kafedrası v.b.
dotsenti, p.f.f.d. (PhD)*

*Z. H. Muhammadiyev, B. R. Toshpulatov, TerDPI Matematika va
informatika kafedrası o'qituvchilari*

Mazkur maqolada parametr qatnashgan modulli tenglama, tenglamalar sistemasi, yuqori darajali va irratsional tenglamalarning yechish usullaridan namunalar ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: *tenglama, tenglamalar sistemasi, parametr, yechimlar soni, modul, grafik.*

В статье приведены примеры методов решения модульных уравнений, систем уравнений, уравнений высшего порядка и иррациональных уравнений с параметрами.

Ключевые слова: *уравнение, система уравнений, параметр, число решений, модуль, график.*

This article shows examples of methods for solving modular equations, systems of equations, higher-order and irrational equations involving parameters.

Key words: *equation, system of equations, parameters, number of solutions, module, graph.*

Tenglamalar yoki tengsizlarda biror harfiy qo'shiluvchilar qatnashib, bu harfiy qo'shiluvchilarning ba'zi qiymatlarida berilgan tenglama yoki tengsizlik yechimga ega bo'lmaydigan, bitta, ikkita yoki uchta va hokazo yechimlarga ega bo'ladigan harfiy qo'shiluvchilarning qiymatlarini topish talab qilinadi. Bu harfiy qo'shiluvchilar parametrlar deyiladi. Biz quyida ba'zi parametrik tenglamalarni yechish usullari



bilan tanishamiz.

1-misol. [3] $|x^2 - 5ax| = 15a$ tenglamani yeching.

Yechish. 1) $a < 0$ bo'lsa, tenglama yechimga ega bo'lmaydi, chunki $|f(x)| \geq 0$ bo'ladi. 2) $a = 0$ bo'lsin. U holda: $|x^2 - 5 \cdot 0 \cdot x| = 15 \cdot 0$, $x^2 = 0$, bundan $x = 0$ bitta ildiz hosil bo'ladi. 3) $a > 0$ bo'lsin. U holda:

$$\begin{aligned} (|x^2 - 5ax|)^2 - (15a)^2 &= 0, \\ (x^2 - 5ax - 15a)(x^2 - 5ax + 15a) &= 0 \end{aligned}$$

bo'ladi. Bu tenglama ikkita tenglamalarga ajraladi.

$$3_a) x^2 - 5ax - 15a = 0, \quad 3_b) x^2 - 5ax + 15a = 0.$$

Hosil bo'lgan tenglamalarni har birini alohida-alohida yechaylik.

$$3_a) x^2 - 5ax - 15a = 0, \quad D = 5a(5a + 12) > 0, \quad \text{chunki}$$

$$a > 0. \text{ U holda, } x_{1,2} = \frac{5a \pm \sqrt{5a(5a + 12)}}{2}$$

$$3_b) x^2 - 5ax + 15a = 0, \quad D = 5a(5a - 12). \text{ Agar } a > 2,4$$

$$\text{bo'lsa, } D > 0 \text{ bo'ladi. U holda, } x_{3,4} = \frac{5a \pm \sqrt{5a(5a - 12)}}{2} \text{ bo'ladi.}$$

$$\text{Agar bu yerda } a = 2,4 \text{ bo'lsa, } D = 0 \text{ bo'lib, } x_{3,4} = \frac{5 \cdot 2,4}{2} = 6$$

bo'ladi. $3_a)$ holda $a = 2,4$ bo'lsa, ikkita $x_{1,2} = 6 \pm 6\sqrt{2}$ ildizlar hosil bo'ladi.

Javob. 1) $a < 0$ bo'lsa, tenglama yechimga ega emas; 2) $a = 0$ bo'lsa, tenglama bitta $x = 0$ ildizga ega; 3) Agar $a \in (0; 2,4)$

bo'lsa, tenglama 2 ta $x_{1,2} = \frac{5a \pm \sqrt{5a(5a+12)}}{2}$ ildizlarga ega; 4) Agar

$a = 2, 4$ bo'lsa, tenglama 3 ta $x_{1,2} = 6 \pm 6\sqrt{2}$, $x_3 = 6$ ildizlarga ega.

Agar $a \in (2, 4; +\infty)$ bo'lsa, tenglama 4 ta $x_{1,2} = \frac{5a \pm \sqrt{5a(5a+12)}}{2}$,

$x_{3,4} = \frac{5a \pm \sqrt{5a(5a-12)}}{2}$ ildizlarga ega.

Faraz qilaylik

$$f(x, a) = 0, \quad (1)$$

tenglamani a parametr bo'yicha yechish talab qilinsin, bu yerda $f(x, a) - x$ va a ga bog'liq ko'phad. (1) tenglamani x ga nisbatdan yechish murakkabroq bo'lsin (2-misolga qarang). Agar bu holda tenglamani chap tomoni a ga nisbatdan kvadrat tenglama bo'lsa, uni ildizlari $a_1 = f_1(x)$ va $a_2 = f_2(x)$ larni topib tenglamani $(a - f_1(x))(a - f_2(x)) = 0$ ko'rinishda yozib olsak, u holda (1)-tenglama ikkita $f_1(x) = a$, $f_2(x) = a$ tenglamalarga ajraladi.

2-misol. [1] $x^4 - 10x^3 - 2(a - 11)x^2 + 2(5a + 6)x + 2a + a^2 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. Bu tenglamani chap tomoni x ga nisbatdan 4-darajali ko'phaddan iborat. Tenglamani chap tomoni a ga nisbatdan kvadrat uchhaddan iboratdir. Tenglamani chap tomonini shakl almashtirib,

$$a^2 - 2(x^2 - 5x - 1)a + (x^4 - 10x^3 + 22x^2 + 12x) = 0$$

ko'rinishda yozib olaylik.

$$\frac{D}{4} = (x^2 - 5x - 1)^2 - (x^4 - 10x^3 + 22x^2 + 12x) = (x - 1)^2, \quad ,$$



$a = x^2 - 5x - 1 \pm |x - 1|$, 1) Agar $x \geq 1$ bo'lsa, $a_1 = x^2 - 4x - 2$ va 2) Agar $x < 1$ bo'lsa $a_2 = x^2 - 6x$. Hosil bo'lgan kvadrat tenglamalarni yechamiz.

$$1) x^2 - 6x - a = 0. \frac{D}{4} = 9 + a. 2) x^2 - 4x - a - 2 = 0. \frac{D}{4} = 6 + a.$$

Agar $a \in (-\infty; -9)$ bo'lsa, tenglama ildizga ega emas. Agar $a = -9$ bo'lsa, tenglama 1 ta $x = 3$ ildizga ega. Agar $a \in (-9; -6)$ bo'lsa, tenglama 2 ta $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{a+9}$ ildizlarga ega. Agar $a = -6$ bo'lsa, tenglama 3 ta $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{3}$, $x_3 = 2$ ildizlarga ega. Agar $a \in (-6; -5) \cup (-5; \infty)$ bo'lsa, tenglama 4 ta $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{a+9}$, $x_{3,4} = 2 \pm \sqrt{a+6}$ ildizlarga ega. Agar $a = -5$ bo'lsa, tenglama 3 ta $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 5$ ildizlarga ega.

3-misol. [2] $\sqrt{x-4a+16} - 2\sqrt{x-2a+4} + \sqrt{x} = 0$ tenglamani yeching va bu tenglamaning yechimlarga ega bo'ladigan a ning qiymatlarini aniqlang.

Yechish. Tenglamani quyidagi ko'rinishda yozib olaylik:

$$\sqrt{x-4a+16} + \sqrt{x} = 2\sqrt{x-2a+4}. \quad (2)$$

(2)-tenglamani ikkala tomonini kvadratga ko'tarib soddalashtiraylik:

$$\sqrt{x-4a+16} \cdot \sqrt{x} = x-2a \quad (3)$$

(3)-tenglamaning ham ikkala tomonini kvadratga ko'tarib soddalashtiraylik:

$16x = 4a^2$, $x = \frac{a^2}{4}$. Endi a ning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlarga ega ekanligini aniqlaymiz. Buning uchun berilgan tenglamada x ning o'rniga $\frac{a^2}{4}$ ning qo'yib soddalashtiraylik:

$$\sqrt{a^2 - 16a + 64} - 2\sqrt{a^2 - 8a + 16} + \sqrt{a^2} = 0,$$

$$\text{yoki } |a - 8| - 2|a - 4| + |a| = 0. \quad (4)$$

Agar $a \geq 8$ bo'lsa, $a - 8 - 2(a - 4) + a = 0 \Rightarrow 0 = 0$ to'g'ri tenglik hosil bo'ldi. Bu holda tenglama yechimga ega. Agar $4 \leq a < 8$ bo'lsa, $8 - a - 2(a - 4) + a = 0$ kelib chiqadi. Bundan $a = -8 \notin [4; 8)$. Bu holda tenglama yechimga ega emas.

Agar $0 < a < 4$ bo'lsa, $8 - a - 2(4 - a) + a = 0 \Rightarrow a = 0$ kelib chiqadi, $0 \notin (0; 4)$. Bu holda tenglama yechimga ega emas. Agar $a \leq 0$ bo'lsa, $8 - a - 2(4 - a) - a = 0 \Rightarrow 0 = 0$ to'g'ri tenglik hosil bo'ldi.

Bu holda tenglama yechimga ega.

Javob. Agar $a \in (0; 8)$ bo'lsa tenglama yechimga ega emas. Agar $a \in (-\infty; 0] \cup [8; \infty)$ bo'lsa tenglama yechimga ega. Agar $a \leq 0$ bo'lsa, tenglama yagona $x = \frac{a^2}{4}$ ildizga ega.

4-misol. [4] a ning qanday qiymatlarida $|\ln x| - ax = 0$ tenglama uchta yechimga ega bo'ladi?

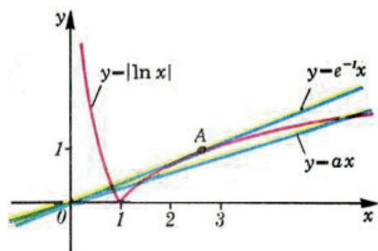
Yechish. Berilgan tenglamani

$$|\ln x| = ax, \quad (5)$$

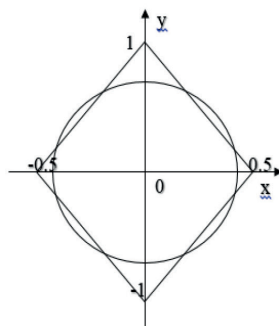
ko'rinishda yozib olaylik. $f(x) = |\ln x|$ va $g(x) = ax$ funksiyalarni grafiklarini yasaylik.

$f(x) = |\ln x|$ funksiyaning grafigi $h(x) = \ln x$ funksiyaning grafigini OX o'qidan pastga joylashgan qismini OX o'qiga nisbatdan simmetrik almashtirilganidan, $g(x) = ax$ funksiyaning grafigi koordinata boshidan o'tuvchi va burchak koeffitsiyenti a parametrlarning qiymatlari bilan aniqlanadigan to'g'ri chiziqdan iborat. (1-rasm)





1-rasm. $y = |\ln x|$ va $y = ax$ funksiyalarni grafiklari.



2-rasm. Romb va aylanani joylashuvi.

Agar $a < 0$ bo'lsa, $g(x) = ax$ to'g'ri chiziq va $f(x) = |\ln x|$ funksiyalarning grafiklari kesishmaydi. Bu holda tenglama yechimga ega emas. $a = 0$ bo'lsa, tenglama $|\ln x| = 0$ ko'rinishni oladi. Bu holda tenglama bitta $x = 1$ ildizga ega. Endi tenglamani a ning qanday qiymatlarida uchta ildizga ega bo'lishini aniqlaymiz. Buning uchun a ning qanday qiymatiga $g(x) = ax$ to'g'ri chiziq $f(x) = |\ln x|$ funksiyaning grafigiga urinishini aniqlaymiz. Buni aniqlash uchun hosilani qo'llaymiz. Faraz qilaylik $A(x_0; y_0)$ funksiyalar grafiklarini urinish nuqtasi bo'lsin.

U holda:

$$\begin{cases} f(x_0) = g(x_0), \\ f'(x_0) = g'(x_0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x_0 = ax_0, \\ \frac{1}{x_0} = a. \end{cases} \quad x_0 = \frac{1}{a}, \quad \ln \frac{1}{a} = 1, \quad a = e^{-1}.$$

Demak, $a \in (0; e^{-1})$ bo'lsa, tenglama uchta yechimga ega bo'lar ekan.

5-misol. [5,115-bet]. a ning qanday haqiqiy qiymatlarida

$$\begin{cases} 2|x| + |y| = 1, \\ x^2 + y^2 = a, \end{cases} \text{ tenglamalar sistemasi sakkiz yechimga ega bo'ladi?}$$

Yechish. $2|x| + |y| = 1$ tenglamani grafigi markazi koordinata boshida, ya'ni $(0; 0)$ nuqtada, diagonallari koordinata o'qlarida joylashgan rombdan iborat. $x^2 + y^2 = a$ tenglamaning grafigi markazi koordinata boshida va radiusi $\sqrt{a}$ bo'lgan aylanadan iborat (2-rasm). Tenglamalar sistemasining yechimlari soni romb va aylana kesishish nuqtalari soniga teng. Tenglamalar sistemasidan ketma-ket hosil qilamiz

$$\begin{cases} 2|x| + |y| = 1, \\ |x|^2 + |y|^2 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|x| + \sqrt{a - |x|^2} = 1, \\ |y| = \sqrt{a - |x|^2}. \end{cases}$$

$2|x| + \sqrt{a - |x|^2} = 1$, $\sqrt{a - |x|^2} = 1 - 2|x|$. Tenglamani ikkala tomonini kvadratga ko'tarib soddalashtirsak $5|x|^2 - 4|x| + (1 - a) = 0$ kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Bu kvadrat tenglamani yechimga ega bo'lishi uchun $\frac{D}{4} = 5a - 1 \geq 0$ bo'lishi lozim. Kvadrat tenglamaning

ildizlari $|x| = \frac{2 \pm \sqrt{5a - 1}}{5}$ bo'ladi.

$$\text{Agar } |x| = \frac{2 + \sqrt{5a - 1}}{5} \text{ bo'lsa, } |y| = \frac{\sqrt{20a - 4\sqrt{5a - 1} - 3}}{5}$$



bo'ladi. Agar $|x| = \frac{2 - \sqrt{5a-1}}{5}$ bo'lsa, $|y| = \frac{\sqrt{20a + 4\sqrt{5a-1} - 3}}{5}$

bo'ladi. Agar $5a - 1 = 0$, $a = \frac{1}{5}$ bo'lsa, kvadrat tenglama 2 ta $|x| = \frac{2}{5}$

ildizlarga ega bo'lib, $|y| = \frac{1}{5}$ bo'ladi. Bu holda tenglamalar sistemasi

4 ta: $\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right), \left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right), \left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right), \left(-\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, yechimlarga ega

bo'lib, aylana rombgga urinadi. Agar $a \in \left(\frac{1}{5}; \frac{1}{4}\right)$ bo'lsa, berilgan

tenglamalar sistemasi sakkizta:

$$\left(\frac{2 + \sqrt{5a-1}}{5}; \frac{\sqrt{20a - 4\sqrt{5a-1} - 3}}{5} \right),$$

$$\left(-\frac{2 + \sqrt{5a-1}}{5}; \frac{\sqrt{20a - 4\sqrt{5a-1} - 3}}{5} \right),$$

$$\left(\frac{2 + \sqrt{5a-1}}{5}; -\frac{\sqrt{20a - 4\sqrt{5a-1} - 3}}{5} \right),$$

$$\left(-\frac{2 + \sqrt{5a-1}}{5}; -\frac{\sqrt{20a - 4\sqrt{5a-1} - 3}}{5} \right),$$

$$\left(\frac{2 - \sqrt{5a-1}}{5}; \frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right),$$

$$\left(\frac{2 - \sqrt{5a-1}}{5}; -\frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right),$$

$$\left(-\frac{2 - \sqrt{5a-1}}{5}; \frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right),$$

$$\left(-\frac{2 - \sqrt{5a-1}}{5}; -\frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right)$$

yechimlarga ega bo'ladi. Agar $a = \frac{1}{4}$ bo'lsa, aylana rombning kichik

diagonali uchidan o'tadi, tenglamalar sistemasi 6 ta: $\left(\frac{1}{2}; 0\right), \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

$\left(\frac{3}{10}; \frac{2}{5}\right), \left(-\frac{3}{10}; \frac{2}{5}\right), \left(\frac{3}{10}; -\frac{2}{5}\right), \left(-\frac{3}{10}; -\frac{2}{5}\right)$ yechimlarga ega

bo'ladi. Agar $a \in \left(\frac{1}{4}; 1\right)$ bo'lsa, tenglamalar sistemasi 4 ta:

$$\left(\frac{2 - \sqrt{5a-1}}{5}; \frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right),$$



$$\left\{ -\frac{2-\sqrt{5a-1}}{5}; \frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right\},$$

$$\left\{ \frac{2-\sqrt{5a-1}}{5}; -\frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right\},$$

$$\left\{ -\frac{2-\sqrt{5a-1}}{5}; -\frac{\sqrt{20a+4\sqrt{5a-1}-3}}{5} \right\},$$

yechimlarga ega bo'ladi. Agar $a=1$ bo'lsa, aylana rombning katta diagonali uchidan o'tadi va bu holda tenglamalar sistemasi 2 ta : $(0;1)$, $(0;-1)$ yechimlarga ega bo'ladi. Agar $a \in [0; 0,2) \cup (1;\infty)$ bo'lsa, tenglamalar sistemasi yechimlarga ega bo'lmaydi.

Parametrlarga bog'liq tenglamalarni yechishda funksiyalarning grafiklaridan, hosilani bu funksiyalarni tekshirishda foydalanish va berilgan misol talabiga asosan har xil usullarni qo'llash mumkin. O'quvchilarni parametrlarga bog'liq tenglamalarni yechishni o'rganishlari hayotda uchraydigan har xil vaziyatlardan to'g'ri yechim topib chiqib ketishga, ularni oliy o'quv yurtlariga kirishida va fanlar olimpiadasida yaxshi natijalarga erishishiga amaliy yordam beradi.

Adabiyotlar.

1. Морозова Е.А., Петраков И.С., Сковорцов В.А., Международные математические олимпиады. Москва «Просвещение», 1976 г.
2. Сивашинский И.Х., Задачи по математике для внеклассных занятий. Москва «Просвещение», 1968 г.
3. Matematika 2011-2022. Mavzulashtirilgan testlar to'plami. Toshkent, «Spectrum media group», 2021 yil.
4. Журнал «Квант» №3, 1985 г.
5. Шарыгин И. Ф., Голубев В.И., Факультативный курс по математике. Решение задач. Учебное пособие для 11 класса средней школы. Москва «Просвещение», 1991 г.



TEKISLIKDA TURLI METRIKALAR VA ULARGA NISBATAN AYLANA, ELLIPS, GIPERBOLA VA PARABOLA TUSHUNCHALARI

*R.M.Turgunbayev, Nizomiy nomidagi TDPU professori, f.-m.f.n.
H.D.Abdurahimova, Nizomiy nomidagi TDPU 3-bosqich talabasi*

Maqolada tekislikda aniqlangan odatdagi metrikani boshqa metrikalar bilan almashtirilsa, aylana, ellips, giperbola va parabola tenglamalari va ularga mos chiziqlar qanday o'zgarishi o'rganilgan. Bunda Desmos Graphing Calculator grafik redaktori imkoniyatlaridan foydalanilgan.

Kalit so'zlar: *tekislikda metrikalar, metrik fazo, aylana, ellips, giperbola, parabola, Desmos Graphing Calculator*

В статье исследуется, как изменяются уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы, а также соответствующие им линии при замене обычной метрики, определенной на плоскости, другими метриками. При этом были использованы возможности графического редактора Desmos Graphing Calculator.

Ключевые слова: *метрики на плоскости, метрическое пространство, окружность, эллипс, гипербола, парабола, Desmos Graphing Calculator*

The article examines how the equations and corresponding curves of circles, ellipses, hyperbolas, and parabolas change when the standard metric defined on a plane is replaced with alternative metrics. The study utilizes the capabilities of the Desmos Graphing Calculator graphics editor.

Keywords: *metrics on a plane, metric space, circle, ellipse, hyperbola, parabola, Desmos Graphing Calculator*



Ma'lumki, tekislikda $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ songa teng edi. Ikki A va B nuqtalar orasidagi masofani $\rho(A, B)$ kabi belgilashga kelishamiz. U holda

$$\rho(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (1)$$

tenglik tekislikdan olingan ixtiyoriy A va B nuqtalar juftiga aniq bitta sonni mos qo'yadi.

(1) formula bilan aniqlangan ρ moslik ixtiyoriy A, B va C nuqtalar uchun quyidagi xossalarga ega:

1-xossa. $\rho(A, B) \geq 0, \rho(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B;$

2-xossa. $\rho(A, B) = \rho(B, A);$

3-xossa. $\rho(A, B) \leq \rho(A, C) + \rho(C, B).$

Shu tasdiqlarni isbotlaymiz. $\rho(A, B) \geq 0$ ekanligi ravshan. Agar $\rho(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 0$ bo'lsa, u holda $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ bo'lib, bundan $A = B$ ekanligi va aksincha $A = B$ ekanligidan $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ va $\rho(A, B) = 0$ ekanligi kelib chiqadi.

Ikkinchi xossaning bajarilishi $\rho(B, A) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ va ushbu

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ayniyatdan kelib chiqadi.

Endi uchinchi xossaning bajarilishini ko'rsatamiz. Ixtiyoriy uchta $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ va $C(x_3, y_3)$ nuqtalar uchun

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \leq \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} + \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

ekanligini ko'rsatishimiz lozim.

Agar $a_1 = x_1 - x_3$, $b_1 = x_3 - x_2$, $a_2 = y_1 - y_3$, $b_2 = y_3 - y_2$ belgilashlarni kiritsak, so'ngi tengsizlikni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2} \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2} \quad (2)$$

Bu tengsizlikni isbotlash uchun elementar matematika kursidan ma'lum bo'lgan ushbu $|a_1 b_1 + a_2 b_2| \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$

tengsizlikdan foydalanamiz. U holda

$$\begin{aligned} (a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 &= a_1^2 + 2a_1 b_1 + b_1^2 + a_2^2 + 2a_2 b_2 + b_2^2 \leq \\ &\leq \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \right)^2 + 2\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2} + \left(\sqrt{b_1^2 + b_2^2} \right)^2 = \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2} \right)^2 \end{aligned}$$

va bundan (2) tengsizlik kelib chiqadi. Demak, 3-xossa o'rinli.

Matematikada yuqoridagi uchta xossani qanoatlantiruvchi moslik metrika, metrika kiritilgan to'plam metrik fazo deyiladi. Yuqoridagi xossalar metrika aksiomalari, 3- aksioma uchburchak aksiomasi deb yuritiladi [1].

Shunday qilib (1) formula tekislikda metrikani aniqlaydi, bu metrik fazoni R^2 simvol bilan belgilaymiz.

Tekislikda $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalar juftiga

$$\rho_1(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \quad (3)$$



sonni mos qo'yamiz. Bu moslik ham metrika aksiomalarini qanoatlantiradi.

Haqiqatan ham, birinchi va ikkinchi aksiomalar o'z-o'zidan ravshan. Uchinchi aksiomani bajarilishini ko'rsatamiz. Ixtiyoriy uchta $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ va $C(x_3, y_3)$ nuqtalar berilgan bo'lsin. U holda

$$\begin{aligned}\rho_1(A, B) &= |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = |(x_1 - x_3) + (x_3 - x_2)| + |(y_1 - y_3) + (y_3 - y_2)| \leq \\ &\leq |x_1 - x_3| + |x_3 - x_2| + |y_1 - y_3| + |y_3 - y_2| = (|x_1 - x_3| + |y_1 - y_3|) + (|x_3 - x_2| + |y_3 - y_2|) = \\ &= \rho_1(A, C) + \rho_1(C, B)\end{aligned}$$

bo'ladi. Demak, uchinchi aksioma o'rinli. Bu metrik fazo R_1^2 simvol bilan belgilanadi.

Tekislikda $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalar orasidagi masofani

$$\rho_\infty(A, B) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|) \quad (4)$$

formula bilan aniqlash ham mumkin. Buni o'quvchilarga mash sifatida qoldiramiz. Bu metrik fazo R_∞^2 simvol bilan belgilanadi.

Tekislikdagi analitik geometriyada aylana, ellips, parabola, giperbolani masofa tuchunchasi bilan aniqlashadi va ularning kanonik tenglamalari keltirib chiqariladi[2].

Quyida shu ta'riflar va kanonik tenglamalarini jadval shaklida beramiz (1-jadval)

Aylana, ellips, giperbola va parabolaning ta'riflari, kanonik tenglamalari
1-jadval

Ta'rif	Tenglamasi
Tekislikda berilgan O nuqtadan berilgan R masofada joylashgan nuqtalar to'plamiga aylana deb ataladi.	$x^2 + y^2 = R^2$
Tekislikda har bir nuqtasidan fokuslar deb ataluvchi F_1 va F_2 nuqtalargacha bo'lgan masofalar yig'indisi berilgan kesma uzunligiga teng bo'lgan nuqtalar to'plamiga ellips deb aytiladi [2, 131-b.].	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$, ($a > c$)
Tekislikda har bir nuqtasidan fokuslar deb ataluvchi F_1 va F_2 nuqtalargacha bo'lgan masofalar ayirmasining absolyut qiymati berilgan kesma uzunligiga teng bo'lgan nuqtalar to'plami giperbola deb ataladi. [2,139-b.]	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$, ($a < c$)
Tekislikdagi har bir nuqtadan berilgan nuqttagacha va berilgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofalari o'zaro teng bo'lgan barcha nuqtalar to'plami parabola deb ataladi [2,147-b.]	$y^2 = 2px$

Quyida tekislikda (3) va (4) formulalar bilan aniqlangan masofalarga nisbatan aylana, ellips, giperbola va parabola tenglamalarini (2-jadval) hamda ularning Desmos Graphing Calculator dasturida chizilgan chizmalarini (grafiklarini) (3-jadval) muayyan parameter qiymatlari uchun bitta koordinatalar tekisligida qaraymiz.



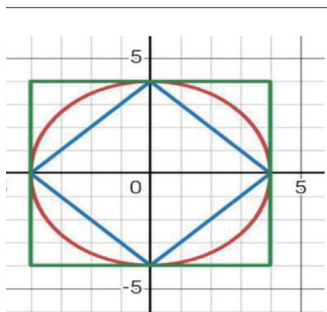
R_1^2 va R_∞^2 metrik fazolarda aylana, ellips, giperbola va parabola tenglamalari

2-jadval

Chiziqliq nomi	R_1^2	R_∞^2
aylana	$ x + y = R$	$\max(x , y) = R$
ellips	$ x+c + 2 y + x-c = 2a$	$\max(x-c , y) + \max(x+c , y) = 2a$
giperbola	$ x+c - x-c = 2a$	$ \max(x-c , y) - \max(x+c , y) = 2a$
parabola	$\left x + \frac{p}{2}\right = \left x - \frac{p}{2}\right + y $	$\left x + \frac{p}{2}\right = \max\left(\left x - \frac{p}{2}\right , y \right)$

3-jadval

Misollar

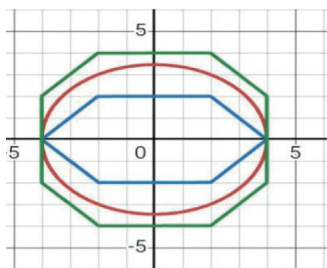


Markazi $O(0,0)$ nuqtada, radiusi 4 ga teng aylana

$$\max(|x|, |y|) = 4.$$

$$x^2 + y^2 = 16,$$

$$|x| + |y| = 4,$$



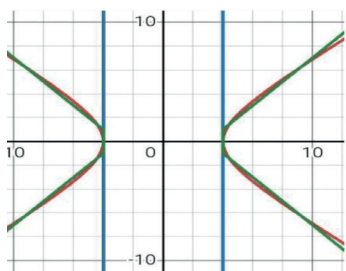
Fokuslari $F_1(-2,0)$, $F_2(2,0)$, $a = 4$ bo'lgan ellips

$$\max(|x-2|, |y|) + \max(|x+2|, |y|) = 8.$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1,$$

$$|x+2| + 2|y| + |x-2| = 8,$$



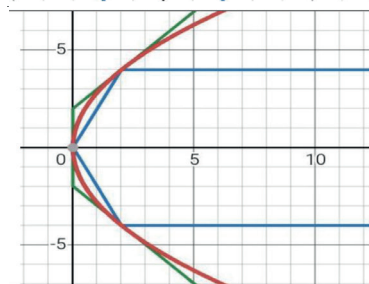


Fokuslari $F_1(-5, 0)$, $F_2(5, 0)$, $a = 4$ bo'lgan giperbola

$$|\max(|x - 5|, |y|) - \max(|x + 5|, |y|)| = 8.$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1,$$

$$||x + 5| - |x - 5|| = 8,$$



Direktrisasi $x = -2$ fokusi $F(2, 0)$ nuqtada bo'lgan parabola

$$|x + 2| = \max(|x - 2|, |y|).$$

$$y^2 = 8x,$$

$$|x + 2| = |x - 2| + |y|,$$

Aylana va parabola bitta parametrga, ellips va giperbolalar ikkita parametrga bog'liq. Ularning shu parametrga bog'liq grafiklarini Desmos Graphing Calculator dasturida yaratilgan ushbu havolalar orqali kuzatish mumkin:

Aylana: <https://www.desmos.com/calculator/u2uihrbrev>;

Ellips: <https://www.desmos.com/calculator/hcxmgrxchy>;

Giperbola: <https://www.desmos.com/calculator/00e2dlxyfn>;

Parabola: <https://www.desmos.com/calculator/r7q3g7vv0b>.

Yuqoridagi tenglamalar va grafiklardan quyidagilarni xulosa qilish mumkin:

Chiziqlarning chegaralanganlik (chiziqlar biror to'rtburchakning ichiga joylashtirib bo'ladi), chegaralanmaganlik (chiziqlar hech bir to'rtburchakning ichiga joylashtirib bo'lmaydi) xususiyatlari saqlanadi.

Chiziqlarning simmetriklik xossalari saqlanadi.



Mualliflar tomonidan yaratilgan dasturda parametrlarni o'zgartirgan holda grafiklarning o'zaro joylashuvini tadqiq qilish mumkin.

Adabiyotlar:

1. Ayupov Sh.A., Berdiqulov M.A., Turgunbayev R.M. Matematik analiz. Funktsiyonal analizga kirish. Toshkent:TDPU.2014.- 128b.
2. Dadajonov N.D., Jo'rayeva M.Sh. Geometriya. 1-qism. Toshkent, «O'qituvchi», 1996.-384b.



СИЛЖИШ ТЎЛҚИНИНИ ҚОВУШОҚ-ЭЛАСТИК ЦИЛИНДРИК ҚУВУР БИЛАН ЎЗАРО ТАЪСИРИ

*И. И. Сафаров, Техника фанлари доктори, профессор
Д. М. Махмудова. СамДАКУ докторанти*

Бу ишда гармоник (ёки гармоник бўлмаган) қовушоқ - эластик муҳит сиртида тарқалувчи сирт (Рэлей) тўлқинининг цилиндрик қувурга юкланиши масаласи қўйилади ва динамик характеристикалари сонли таҳлил қилинади.

Калит сўзлар: қовушоқ - эластик , цилиндрик қувур, гармоник тўлқин, стержень , қувур.

В этой работе рассматривается задача поглощения поверхностной (Релевской) волны, распространяющейся по поверхности вязко-упругой среды, цилиндрической трубой (или стержнем) и проводится численный анализ её динамических характеристик.

Ключевые слова: вязко-упругий, цилиндрическая труба, гармоническая волна, стержень, труба.

This study explores the behavior of harmonic and non-harmonic waves in an elastic medium, focusing on their interaction with a cylindrical pipe. It also presents a numerical analysis of the system's dynamic properties.

Keywords: elastic medium, cylindrical pipe, harmonic wave, structural dynamics.

Маълум чуқурликдаги ер кимирлашларнинг ишончли инструментал ёзувлари қайдлари ҳозирча йўқ, турли чуқурликларда ва муаян тупроқ шароитида сейсмик таъсирнинг интенсивлиги (кучайиши) ва спектрал таркиби, сейсмик таъсирнинг сўниш табиати масаласи ноаниқлигича қолмоқда.



Шу мунособат билан ер ости сейсмикага (ер қимирлашларга) чидамли қурилиш масалаларини ҳал қилиш учун ер ости шароитларига оид сейсмологик маълумотларни олиш зарур. Лекин буларга боглиқ бўлмаган ҳолда назарий тадқиқотлар ҳам олиб бориш талаб этилади. Деформацияланувчи муҳитда жойлашган бўлган бўлакли бир жинсли суюқликли цилиндрик жисмдаги тўлқинларнинг юкланиши ва дифракциясини ўрганиш долзарб муаммо ҳисобланади [1,2]. Гармоник тўлқинларни дифракцияси ва юкланиши муаммосини ҳал этиш ёки тушинтириш асосан комплекс хос сонларни топиш билан боғлиқ. Комплекс хос сонларни топиш учун мураккаб кўринишидаги дисперсион тенгламани ечишга олиб келинади [3,4]. Чексиз муҳит билан алоқада бўлган механик системаларни хос сонларини топишда тўлқини қайтармайдиган чегаравий шарт ишлаб чиқиш керак бўлади. Бундай муаммони чексизлик билан алоқада бўлган (қаторли) составли стержень учун [5] ишларда кўрилган ва бир ўлчамли муҳит учун тўлқин қайтармайдиган чегаравий шарт тавсия этилган.

Масалани қўйилиши ва ечиш методикаси.

Фараз қилайлик ер остида жойлашган кувур бир жинисли ва изотроп стержень (1 - расм) нинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича бўлади

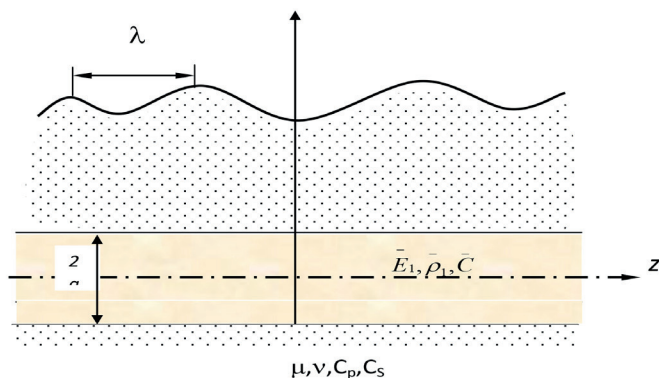
$$E_{0k} \Gamma_k \frac{\partial^2 U_p(z,t)}{\partial z^2} + \{2\sigma_{rz}(\Gamma_k, a, z, t) / a\} - \rho \frac{\partial^2 U_p(z,t)}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

бунда $s_{rz}(a, z, t)$ силжиш кучланишини $r = a$ бўлгандаги қиймати, $U_p(z, t)$ - стержень нукталарини бўйлама кучиши

$$\Gamma_k = 1 - \Gamma_E^C(\omega_R) - i\Gamma_E^S(\omega), \quad \Gamma_E^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_E(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau,$$

$$\Gamma_E^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_E(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau.$$





1-расм. Ҳисоб схемаси

Контакт соҳада қуйидагича шартлар қўйилган

$$U_r(a, z, t) = 0; \quad U_z(a, z, t) = U_p(z, t). \quad (2)$$

Стерженни z ўқи бўйича тўлқин тарқалишини ўрганамиз. (1) дифференциал тенгламани ечими махсус функциялар (Бессел, Нейман ва Ханкел) ёрдамида ифодаланади. Бу функцияларнинг тўлиқ хоссалари математик физика фанида ёритилган [2]:

$$\begin{pmatrix} U_r \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi(r) \\ i\psi(r) \end{pmatrix} e^{[i2\pi\lambda(z-ct)]},$$

Бунда

$$\begin{aligned} \phi(r) &= A(\lambda h^* / 2\pi) H_1^{(1)}(h^* r) + B H_1^{(1)}(k^* r), \\ \psi(r) &= A H_0^{(1)}(h^* r) - B(\lambda k^* / 2\pi) H_0^{(1)}(k^* r). \end{aligned} \quad (3)$$

$$h^* = (2\pi / \lambda) [c^2 / c^2 \Gamma_{k1} p^2 - 1]^{1/2}, \quad k^* = (2\pi / \lambda) [c^2 / \Gamma_{k2} c_s^2 - 1]^{1/2}$$

$$c_s = [\mu / \rho]^{1/2}, \quad c_p = ((\lambda + 2\mu) / \rho)^{1/2},$$

А ва В – ихтиёрий ўзгармаслар бўлиб (2) чегаравий шартлардан аниқланади. Агар (3) ифодани (2) чегаравий шартларга қўйилса

$$^{\text{K}} \quad (1 - \varepsilon^2) [H_0^{(1)}(\gamma_p) H_1^{(1)}(\gamma_s) + \{\gamma_p \gamma_s (2\pi \eta)^2\} H_0^{(1)}(\gamma_s) H_1^{(1)}(\gamma_p)] + \\ + (R_D \varepsilon^2 / \pi \eta) [(\varepsilon / R_s)^2 - 1]^{\frac{1}{2}} H_1^{(1)}(\gamma_s) H_1^{(1)}(\gamma_p) = 0, \quad (4)$$

бунда $\varepsilon = c / \bar{c}$, $\eta = a / \lambda$, $R_c = c_p \Gamma_{1k} / \Gamma_{2k} c_s$;

$$R_v = c_p \Gamma_{1k} / \bar{c}; \quad R_D = \rho / \bar{\rho}$$

Дисперсион тенглама (4) (Мюллер усули асосида) иловада келтирилган алгоритмдан фойаланиб ечилди. Стерженда эркин тўлқин тарқалиши учун, муҳитда бўлмаган стерженда бўйлама тўлқин тарқалиш тезлиги, муҳитда бўйлама тўлқин тарқалиш тезлигидан кичик бўлиши керак. Олинган натижалар грунтнинг мажбурий ҳаракатида стерженда параметрларга боғлиқ резонанс ходисаси руй беришини аниқлашга имкон беради. Сонли ҳисоблашларда дисперсия эгри чизиқлари (стержен учун) ва дисперсион сиртлар курилди. Буларнинг тахлили натижасида грунтда бўлган цилиндрик стерженнинг резонанс ходисасини бошқариш мумкин бўлади. Сонли ҳисоблаш натижасида фаза тезликлари тарқалишини («стержн-грунт» механик системасида) юқори ва куйи чегаралари урнатилди. «стержн-грунт» системасида стационар шароитда эркин тўлқин тарқалиши учун $c < c_s$ шарт бажарилиши керак. Агар $c > c_s$ бўлса эркин тулин тарқалмайди, яъни дисперсион тенгламани ечими мавҳум катталиқ бўлади. Бу эса тез сунадиган ёки гармоник бўлмаган тўлқинларни ифодалайди. Зичликлар нисбати ҳам эркин тўлқинлар тарқалишига ката таъсир кўрсатар экан. Стержен зичлиги ошиб бориши билан кучланиш ва кўчишлар камайиб, тезлиги ошиб борар экан. Бу зичликлар нисбати

0.5 бўлганда сезиларли бўлади. Аниқланишича, биринчи ҳаракат моддалари учун муҳитниг тебраниш частотасига таъсири айниқса сезиларли, нисбатан юпқа қобиклар учун ($\chi < 0,03$), қалинлиги $\chi < 0,07$ бўлган қобик учун олинган частота қийматлари аниқликлари билан мос келади. Махсус E, ν, ρ параметрларни қўллаш учун цилиндрсимон жисмларнинг ишқаланиш коэффицентлари ва хусусий тебраниш частоталарини аниқлаш методи ишлаб чиқилди.

Хулоса

Шундай қилиб ишлаб чиқилган услубиёт ва алгоритм эластик (ёки қовушоқ эластик) муҳитда бўлган цилиндрик стержень (ёки қувур) да ҳосил бўладиган резонанс ходисалари хақида маълумот беради.

Адабиётлар:

1. Рашидов Т.Р., Хожиметов Г., Мардонов Б. Колебания сооружений, взаимодействующих с грунтом. // - Ташкент: Фан, 1975. - 174с.
2. Zdanchuk E., Lalin V. The theory of continuum medium with free rotation without coupled stresses // Proc. of the XXXVIII Summer School - Conference advanced problems in mechanics. SPb, 2010. Pp. 771-775.
3. Safarov I. I., Kulmurotov N.R., Ergashev, M. T. Oscillations of spherical heterogeneity in a viscoelastic medium / ISJ Theoretical & Applied Science, 12 (80), 244-249. Year: 2019 Issue: 12 Volumes: 80 Published: 18.12.2019. <https://dx.doi.org/10.15863/TAS> Scopus ASCC: 2210.
4. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Ахмедов М.Ш. Напряженно – деформированные состояния тонкостенных трубопроводов. LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbrucen Dentschland / Germanu/-2015 - 335с.
5. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Киличев О. Динамические напряженные состояния тонкостенных трубопроводов. LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbrucen Dentschland / Germanu/-2015 - 230с.



FIZIKA AMALIY MASHG'ULOTLARIDA AXBOROT TEXNOLGIYALARINI JORIY ETISH

*M. Saidaripova, Toshkent shahar Yunusobod tumani 63 maktab
oliy toifali fizika fani o'qituvchisi, Xalq ta'limi a'lochisi*

Maqolada zamonaviy axborot texnologiyalarning ta'limiy imkoniyatlari, ularni umumiy o'rta ta'lim maktablarda foydalanish ko'rib chiqilgan. Bir fizik masalani ikki usulda (fizika va axborot texnologiyalarning ayrim dasturlari) foydalanishda misol keltirilgan.

Tayanch so'zlar: ta'lim, fizika, informatika, pedagogika, raqamli texnologiya, konvergent yondoshuv, dastur.

В статье рассмотрены образовательные возможности современных информационных технологий, их использование в общеобразовательных школах. Приведен пример использования физической задачи двумя способами (физика и некоторые приложения информационных технологий).

Ключевые слова: образование, физика, информатика, педагогика, цифровые технологии, конвергентный подход, программа.

The article considers the educational capabilities of modern Information Technology, their use in secondary education schools. An example is given when using one physical issue in two ways (physics and some applications of information technologies).

Keywords: education, physics, computer science, pedagogy, digital technologies, convergent approach, program.

O'quvchilarning amaliy malakalar hosil qilishlarida, ularning tafakkurlarini, fikrlash qobiliyatlarini oshirishda, nazariy bilimlarni mustahkamlashda, fanga bo'lgan qiziqishlarini uygotishda masalalar echish, shu fandan to'garaklar o'lgkazish va sinfdan tashqari



mashg'ulotlar o'tkazish muxim rol o'ynaydi. Fizika predmetni yaxshi o'zlashtirish, unga qiziqishni ortirishning eng yaxshi yo'li fanda berilgan qonun-qoidalarini aniq tassavur qilish va ulardan amalda foydalanishdir.

Talim usullarining innovatsionligi o'quv ma'lumotlarining yangi manbalari paydo bo'lishi tufayli o'qitish usullarining kengayishi bilan belgilanadi. Axborot texnologiyalardan foydalanish fizikani o'rganishning yangi yo'llarini ochib beradi. Ayrim qrafik tasvir qilish bilan bo'lig bo'gan amaliy mashg'ulotlarni an'anaviy amaliy foydalanuvchi mumkin bo'lmagan keng diapazonda o'rganish mumkin. Bularning barchai fizikani tezroq tushunishga chuqur o'zlashtishga yordam beradi.

Misol tariqasida quyida keltirilgan masalani oldin fizika usulda keyin xuddi shu masalani axdorat texnologiya Python dasturidan foydalanib yechilgan. Bu esa o'z o'rnida fanlararo integratsiyasiga ham misol bo'ladi.

1. Massasi $m = 100\text{g}$ va balandligi $h = 10\text{ cm}$ bo'lgan silindr shaklidagi yupqa stakan ikkinchi bir idishning silliq tubiga ag'darib qo'yildi va shundan so'ng ikkinchi idishga asta sekin $H = 20\text{ cm}$ balandlikkacha suv quyildi. Stakan suza boshlashi uchun suvni necha gradusgacha isitish kerak. Stakaning diametri $d = 4\text{ cm}$. Butun tizimning boshlang'ich temperaturasi $T = 300\text{ K}$, atmosfera bosimi $p_o = 720\text{ mm.sim.ust}$ ga teng[3,4].

Yechish:

Stakanga, u suza boshlagan paytdagi, ta'sir etuvchi kuch

$$F_l = [p_o + rg(H - h)]S \quad (1)$$

bu yerda $S = \frac{\pi d^2}{4}$, p_o - atmosfera bosimi, r - suvning zichligi, S - stakan tubining yuzasi, d - stakaning diametri; mg - stakanga ta'sir etuvchi og'irlik kuchi (stakandagi havo massasini hisobga olmasa ham bo'ladi);



stakandagi havoning bosim kuchi $F_2 = p_1 S$ (2)

Stakan suzishi uchun quyidagi shart bajarilishi kerak: $F_2 \geq F_1 + mg$.

Vertikal o'qqa proyeksiyani muvozanatlik sharti:

$$F_1 - F_2 + mg = 0 \quad (3)$$

Gaz o'zgarmas hajmda qizitiladi, shuning uchun $\frac{p_o}{T} = \frac{p_1}{T_1}$

bu yerda $T_1 = T + \Delta T$, bundan $p_1 = p_o \frac{T + \Delta T}{T}$ (4)

ni olamiz. Bunga kuch va bosimni (1), (2) va (4) lardagi ifodalarini qo'yib quyidagini olamiz:

$$\left[p_o + \rho g (H - h) \right] S - p_o \frac{T + \Delta T}{T} S + mg = 0 \quad (5)$$

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ ekanigini inobatga olib, (5) dan ΔT uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\Delta T = T \cdot g \frac{\left[\rho (H - h) + \frac{4m}{\pi d^2} \right]}{p}$$

Bunga son qiymatlarni qo'yamiz:

$$\Delta T = 300 \cdot 9,8 \frac{\left[1000(0,2 - 0,1) + \frac{4 \cdot 0,1m}{3,14 \cdot 0,04^2} \right]}{13600 \cdot 9,8 \cdot 0,72} = 5,6K.$$

Javob: $\Delta T = 5K$

```
from tkinter import *
```

```
from tkinter import messagebox
```

```
def xolbek():
```

```
    at=Tk()
```

```
    at.geometry("820x480")
```

```
    at.title("MASALA")
```

```
    at.configure(bg="#FFFFCC")
```

Stakanga, u suza boshlagan paytdagi, ta'sir etuvchi kuch.

$$F_1 = [p_o + rg(H - h)]S \quad (1)$$

bu yerda $S = \frac{\pi d^2}{4}$, p_o - atmosfera bosimi, r - suvning zichligi,

S - stakan tubining yuzasi, d - stakaning diametri; mg - stakanga ta'sir etuvchi og'irlik kuchi yuzasi, d - stakaning diametri; mg - stakanga ta'sir etuvchi og'irlik kuchi stakandagi havoning bosim kuchi

$$F_2 = p_1 S \quad (2)$$

Stakan suzishi uchun quyidagi shart bajarilishi kerak: $F_2 \geq F_1 + mg$.

Vertikal o'qqa proyeksiyani muvozanatlik sharti:

$$F_1 - F_2 + mg = 0 \quad (3)$$

Gaz o'zgarmas hajmda qizitiladi, shuning uchun $\frac{p_o}{T} = \frac{p_1}{T_1}$ bu yerda $T_1 = T + \Delta T$, bundan $p_1 = p_o \frac{T + \Delta T}{T}$ 4) nni olamiz. Bunga kuch va bosimni (1), (2) va (4) lardagi ifodalarini qo'yib quyidagini olamiz:

$$[p_o + \rho g(H - h)]S - p_o \frac{T + \Delta T}{T} S + mg = 0 \quad (5)$$

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ ekanigini inobatga olib, (5) dan ΔT uchun quyidagi

ifodani olamiz:

$$\Delta T = T \cdot g \frac{\left[\rho(H - h) + \frac{4m}{\pi d^2} \right]}{p}$$

Bunga son qiymatlarni qo'yamiz:

$$\Delta T = 300 \cdot 9,8 \frac{\left[1000(0,2 - 0,1) + \frac{4 \cdot 0,1m}{3,14 \cdot 0,04^2} \right]}{13600 \cdot 9,8 \cdot 0,72} = 5,6 K.$$

“bg=#FFFFCC”,font=(“Georgia”,15))



```

xk89.pack()
at.mainloop()
def chiqishhh():
    messagebox.showinfo("MASALA", "Tizimdan chiqdingiz!")
    attt.destroy()
def chiqish():
    attt=Tk()
    attt.geometry("820x480")
    attt.title("MASALA")
    attt.configure(bg="#FFFFCC")
    def chiqishhh():
        ul=unn.get()
        if ul!="":
            if ul=="5":
                messagebox.showinfo("Javob", "Javobingiz to'g'ri \nOFARIN")
            else:
                messagebox.showerror("Javob", "Javobingiz noto'g'ri\nQaytadan
o'rinib ko'ring!")
            else:
                messagebox.showinfo("Javob", "Kiritishda xatolik mavjud!")
    xk5=Label(attt,text="Javobni yozishingiz mumkin!",
bg="#FFFFCC",font=("Georgia",16))
    xk5.pack()
    unn=Entry(attt,text="",font=("Georgia",16))
    unn.pack(padx=10,pady=5)
    tt_ch=Button(attt,text="Javobni
ekshirish",bg="#FFFFCC",font=("Georgia",16),command=chiqishhh)
    tt_ch.pack()
    t_ch=Button(attt,text="Tizimdan
chiqish",bg="#FFFFCC",font=("Georgia",16),command=chiqishh)
    t_ch.pack()

```



```

    attt.mainloop()
    att=Tk()
    att.geometry("820x480")
    att.title("MASALA")
    att.configure(bg="#FFFFCC")
    xk=Label(att,text="1. Massasi  $m = 100\text{g}$  va balandligi  $h = 10\text{ cm}$ 
bo'lgan silindr shaklidagi yupqa stakan \nikkinchi bir idishning silliq
tubiga ag'darib qo'yildi va shundan so'ng ikkinchi \nidishga asta sekin
 $H = 20\text{ cm}$  balandlikkacha suv quyildi. Stakan suza boshlashi uchun\n
suvni necha gradusgacha qizitish kerak. Stakaning diametri\n  $d=4\text{ cm}$ . Butun tizimning boshlang'ich temperaturasi  $T = 300\text{ K}$ , atmosfera
bosimi \np0 = 720 mm.sim.ust.ga teng.")
    xk.config(bg="#FFFFCC",font=("Georgia",15))
    xk1=Label(att,text="",bg="#FFFFCC")
    xk1.pack()
    xk.pack()
    xk2=Label(att,text="",bg="#FFFFCC")
    xk2.pack()
    xk3=Label(att,text="",bg="#FFFFCC")
    xk3.pack()
    xk4=Label(att,text="Javobni ko'rishni hohlaysizmi yoki\n O'ziz
topishni hohlaysizmi?",bg="#FFFFCC",font=("Georgia",20))
    xk4.pack()
    t_k = B u t t o n ( a t t , t e x t = " J a v o b n i
ko'rish",bg="#FFFFCC",font=("Georgia",16),command=xolbek)
    t_k.pack()
    xk8=Label(att,text="",bg="#FFFFCC")
    xk8.pack()
    t_ch=Button(att,text="Javobni
yozish",bg="#FFFFCC",font=("Georgia",16),command=chiqish)
    t_ch.pack()
    att.mainloop()

```



Olingan natijalardan shunday xulosa qilish mumkinki, masalalarni tandem usulida echib, yechimlari faqatgina analitik usullar yordamida yechilmas, balki dasturlardan foydalanib yechish usullaridan ham o'rgatish mumkin ekan[1]. Shu bilan birga o'qituvchilar turli axborot dasturlash tillari kabilardan foydalanib fizik masalalarni yechishni o'rganishsa ularning ta'lim berish jarayonida dars sifati va samaradorligi keskin ortadi. Natijada raqobatbardosh kadrlar tayorlashga samarali xissa qo'shiladi.

Adabiyotlar:

1. А. Боровский. Программирование в Delphi. 2005g
2. Дерягин А.В. Цифровые технологии в учебном физическом эксперименте: монография/А.В. Дерягин. - Казан: изд-во Казан. ун-та, 2019. – 154 с.
3. Ф.Х. Ибрагимова. Замонавий таълимда рақамли технологиялардан фойдаланишнинг айрим долзарб масалалари “Raqamli ta'limning zamonaviy tendentsiyalari va ularni ta'lim-tarbiya jarayoniga tadbir qilish yo'llari” mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi 25-oktabr 2023-yil 333.
4. B.A.Olimov. Fizika amaliy mashg'ulotlarni bajarishda Axborot kommunikatsiya texnologiyalaridan (AKT) foydalanish. T.N.Qori Niyoziy nomidagi O'zPFITL. “Uzluksiz ta'lim tizimida tabiiy fanlarni o'qitishga zamonaviy yondashuvlar: muammo va yechimlar” mavzusidagi xalqaro ilmiy-amaliy anjumani 2023y 13 aprel.



MATEMATIKA JOZIBASI

TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISHNING BIR USULI

U.X. Xonqulov, Fargʻona davlat universiteti professori, (PhD)

Ushbu maqolada trigonometrik tenglamalarni yechishning chegirmalar sistemasiga asoslangan usuli bayon qilingan va ushbu usulning qoʻllanilishiga oid yangi misollar tuzilgan. Chegirmalar sistemasidan foydalanib trigonometrik tenglamalarni yechishda foydali boʻlgan mualliflik deduktiv xulosalari keltilgan.

Kalit soʻzlar: *trigonometriya, chegirmalar sistemasi, qoldiqli boʻlish, toʻplam, modul, trigonometric tenglama.*

В статье описывается метод решения тригонометрических уравнений, основанный на системе вычетов, и приводятся новые примеры применения этого метода. Приведены дедуктивные выводы автора, полезные при решении тригонометрических уравнений с использованием системы выводов.

Ключевые слова: *тригонометрия, система вычетов, остаток от деления, множество, модуль, тригонометрическое уравнение.*

This article describes the author's method of solving trigonometric equations based on the deduction system and provides new examples of the application of this method. Some deductive conclusions useful in solving trigonometric equations using the deduction system are presented.

Key words: *trigonometry, residue system, remainder, set, modulus, trigonometric equation.*

Maʼlumki, qoldiqli boʻlish haqidagi teorema koʻra har qanday $a, b \in Z$ va $n \in N$ son uchun yagona $0 \leq r < n$ va $q_1, q_2 \in Z$



sonlar mavjudki, $a = nq_1 + r$ va $b = nq_2 + r$ tenglik bajariladi. Agar $a, b \in Z$ sonlarni $n \in N$ ga bo'lganda hosil bo'lgan qoldiqlar o'zaro teng bo'lsa, a va b sonlar n modul bo'yicha teng qoldikli yoki taqqoslanuvchi (a va b sonlar n modul bo'yicha o'zaro taqqoslanadi) deyiladi va $a \equiv b \pmod{n}$ orqali belgilanadi [1]. Agar qoldikli bo'lish teoremasida $0 \leq r < n$ ekanligi inobatga olinsa, barcha butun sonlarni $n \in N$ ga bo'lganda $0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$ qoldiqlar hosil bo'ladi. Har bir qoldiqqa sonlarning biror $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$ to'plami mos keladi va bunda $n \in N$ modulga bo'lganda bir xil qoldiq qoladigan sonlarni bitta to'plamga tegishli deb qaraymiz. Masalan C_r to'plamning elementlari $nq + r$ shaklga ega bo'lib, q ga $q = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$ qiymatlar berish natijasida C_r to'plamning barcha elementlarni hosil qilish mumkin bo'ladi. Har bir to'plamning ixtiyoriy elementi shu to'plamning chegirmasi deyiladi [2,3]. Bo'linma va qoldiqning mavjudligi hamda yagonaligi inobatga olinsa, $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$ to'plamlar umumiy elementga ega bo'lmaydi. Demak, butun sonlar to'plamini o'zaro kesishmaydigan qism to'plamlarga ajratish mumkin bo'ladi. n modul bo'yicha taqqoslanuvchi $a, b \in Z$ sonlarning ayirmasi shu modulga qoldiqsiz bo'linganligi uchun $b = a + nt$, $t \in Z$ ifoda butun sonni aniqlaydi. Yuqoridagi umumiy ma'lumotlarga asoslanib ayrim deduktiv xulosalarni chiqaramiz.

1-deduktiv xulosa(mualliflik). $\{a + nt\}$ ifoda butun sonlar to'plamining cheksiz ko'rinishlaridan birini tasvirlaydi, bu yerda $a \in Z$ va $n \in N$ tayin (fiksirlangan) son, t ixtiyoriy butun son. $\{a + nt\}$ ifoda a va n sonlarning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlarida turli ko'rinishdagi butun sonlar to'plamini ifodalaydi.

Masalan,

$$\{t\} = \{-t\} = \{t + 320\} = \{t - 328\} = \{-t + 78\} = \dots$$

Butun sonlarni mos ravishda 1, 2, 3, 4 va hokazo modul bo'yicha mumkin bo'lgan chegirmalar orqali ifodalash mumkin (qoldiqli bo'lish teoremasi asosida):

$$\begin{aligned}\{t\} &= \{2t\} \cup \{2t+1\} = \{3t\} \cup \{3t+1\} \cup \{3t+2\} = \\ &= \{4t\} \cup \{4t+1\} \cup \{4t+2\} \cup \{4t+3\} = \dots\end{aligned}$$

Buni qulay shaklda quyidagicha yozamiz:

$$\{t\} = \{2t; 2t+1\} = \{3t; 3t+1; 3t+2\} = \{4t; 4t+1; 4t+2; 4t+3\} \dots$$

Demak,

$$\{t\} = \{kt; kt+1; kt+2; kt+3; \dots kt+(k-1)\} \quad (1)$$

Bu yerda $k \in \mathbb{Z}$.

n modul bo'yicha taqqoslanuvchi sonlarning ayirmasi n songa qoldiqsiz bo'linishiga asoslanib butun sonlarning ifodalanishi:

$$\{3t+2\} = \{3t-1\} = \{3t-4\} = \{3t+5\} = \dots$$

$$\{4t+1\} = \{4t-3\} = \{4t+5\} = \{4t-7\} = \dots$$

$\{a+nt\}$ ifoda butun sonlar to'plamining cheksiz ko'rinishlaridan biri ekanligi va (1) tenglikka ko'ra quyidagi deduktiv xulosalarni chiqaramiz.

2-deduktiv xulosa (mualliflik). Barcha butun sonlarni karrali modullar yordamida

$$\{nt+a\} = \{knt+a; knt+n+a; knt+2n+a; \dots; knt+n(k-1)+a\}$$

shaklda tasvirlash mumkin, bu yerga $k \in \mathbb{Z}$. Hosil bo'lgan k ta to'plamning chegirmalari ayirmasi n ga teng bo'lgan arifmetik progressiyani tashkil etadi.

Haqiqatdan ham $\{a+nt\}$ ifodada t sonni $kt; kt+1; kt+2; kt+3; \dots kt+(k-1)$ sonlar bilan almashtirish orqali ishonch hosil qilish va dastlab hosil qilingan $\{knt+a\}$



to'plamning chegirmasi berilgan to'plam chegirmasi bilan bir hil ekanligini ko'rish mumkin.

Masalan, $\{3t + 1\} = \{9t + 1; 9t + 4; 9t + 7\}$. Bu yerda modul 3 marta ortmoqda, chegirmalar esa 1;4;7 bo'lib, ayirmasi 3 ga teng arifmetik progressiyani tashkil etadi. Shuning uchun berilgan to'plam uchta to'plamning birlashmasidan iborat.

$\{5t + 2\} = \{20t + 2; 20t + 7; 20t + 12; 20t + 17\}$. Bu yerda esa modul 4 marta ortmoqda, chegirmalar (qoldiqlar) soni $20 : 5 = 4$ ta (2;7;12;17) bo'lib ayirmasi 5 ga teng arifmetik progressiyani tashkil etadi.

Endi butun sonlarni karrali modullar yordamida ifodalashning trigonometrik tenglamalarni yechishda qo'llanilishini ko'rib chiqamiz.

1.Tenglamani yeching: $\cos 2x + \cos 5x + \cos 8x = 0$.

Yechish. Tenglamaning birinchi va uchinchi hadlarini qo'shamiz: $2 \cos 5x \cdot \cos 3x + \cos 5x = 0$

$$\cos 5x(2 \cos 3x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = 0 \\ \cos 3x = -\frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3} \\ x = -\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, \end{cases} n \in Z; \begin{cases} x = \frac{\pi}{10}(2n+1) \\ x = \frac{\pi}{9}(6n+2) \\ x = \frac{\pi}{9}(6n-2). \end{cases}$$

Qavslar oldidagi koeffitsiyentlarni umumiy maxrajga keltiramiz:

$$\frac{\pi}{10}(2n+1) = \frac{\pi}{90}(18n+9); \quad \frac{\pi}{9}(6n+2) = \frac{\pi}{90}(60n+20);$$

$$\frac{\pi}{9}(6n-2) = \frac{\pi}{90}(60n-20) = \frac{\pi}{90}(60n+40)$$



$\{18n + 9\}$, $\{60n + 20\}$, $\{60n + 40\}$ to'plamlarda 18; 60; 60 sonlarning eng kichik umumiy karraisi 180, shuning uchun:

1) $\{18n + 9\} = \{180n + 9; 180n + 27; \dots 180n + 171\}$ va $180:18=10$ inobatga olinsa qoldiqlar 10 ta, ular bir-biridan 18 ga farq qiladi:

9; 27; 45; 63; 81; 99; 117; 135; 153; 171.

2) $\{60n + 20\} = \{180n + 20; 180n + 80; 180n + 140\}$, qoldiqlar 20; 80; 140.

3) $\{60n + 40\} = \{180n + 40; 180n + 100; 180n + 160\}$, qoldiqlar 40; 100; 160.

Demak, $\{18n + 9\}$, $\{60n + 20\}$, $\{60n + 40\}$ to'plamlar kesishmaydi, shuning uchun topilgan barcha ildizlar to'plami javob sifatida olinadi.

Javob: $\left\{ x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}; x = \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}.$

2. Tenglamani yeching: $\operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{tg} 6x = 1.$

Yechish. Tenglamaning aniqlanish sohasi: $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}, \end{cases} n \in \mathbb{Z}.$

Berilgan tenglamani $\frac{\sin 3x \cdot \sin 6x}{\cos 3x \cdot \cos 6x} = 1$ shaklda yozib olamiz, bundan

$$\sin 3x \cdot \sin 6x - \cos 3x \cdot \cos 6x = 0;$$

$$\cos 9x = 0; \quad x = \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{9}, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Aniqlanish sohani inobatga olamiz va qavslar oldidagi koeffitsiyentlarni umumiy maxrajga keltiramiz:

$$\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} = \frac{\pi}{6}(2n+1) = \frac{\pi}{36}(12n+6) \\ x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6} = \frac{\pi}{12}(2n+1) = \frac{\pi}{36}(6n+3) \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{9} = \frac{\pi}{18}(2n+1) = \frac{\pi}{36}(4n+2). \end{cases} \quad (2)$$

U holda

$$\{12n+6\}; \{6n+3\} = \{12n+3; 12n+9\};$$

$$\{4n+2\} = \{12n+2; 12n+6; 12n+10\}.$$

$\{4n+2\}$ to'plam $\{12n+6\}$ bilan kesishadi, shuning uchun 6 qoldikli elementlarni $\{4n+2\}$ to'plamdan chiqarib tashlaymiz.

$\{12n+10\} = \{12n-2\}$ bo'lgani uchun,

Demak, tenglamaning ildizlari to'plam $\{4n+2\} = \{12n+2; 12n-2\}$

$$\frac{\pi}{36}(4n+2) = \frac{\pi}{36}(12n \pm 2) = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}.$$

Tenglamaning ildizlarini quyidagicha ham yozish mumkin. (2) ifodaning barcha parametrlarini odatdagidek yozib olamiz. Natijada:

$$\{12k+6\}; \{6m+3\} = \{12m+3; 12m+9\};$$

$$\{4l+2\} = \{12l+2; 12l+6; 12l+10\}.$$

$\{12k+6\}$ va $\{4l+2\}$ to'plamlar 6 ga teng qoldikli umumiy elementga ega. Aniqlanish sohani inobatga olgan holda ularni tashlab yuboramiz, demak $4l+2 \neq 12k+6$; $l \neq 3k+1$.



Javob: $\left\{ \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$ yoki

$$\left\{ x = \frac{\pi}{18} + \frac{\pi l}{9} \mid l \in \mathbb{Z}, l \neq 3k+1, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

3. Tenglamani yeching: $\frac{1}{\sin 2x} = \frac{1}{\sin 8x} + \frac{1}{\sin 4x}.$

Yechish. Tenglamani aniqqlanish sohasi:

$$\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \sin 4x \neq 0 \\ \sin 8x \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x \neq \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi}{8} 4m \\ x \neq \frac{\pi}{8} m \\ x \neq \frac{\pi m}{4} = \frac{\pi}{8} 2m, \end{cases} \quad m \in \mathbb{Z}.$$

Bundan $\{4m\}$; $\{m\} = \{4m; 4m+1; 4m+2; 4m+3\}$;
 $\{2m\} = \{4m; 4m+2\}$ bo'lgani uchun $\{4m\} \subset \{2m\} \subset \{m\}$.
 Demak, $x \neq \frac{\pi m}{8}$. U holda:

$$\sin 8x \cdot \sin 4x = \sin 2x \cdot \sin 4x + \sin 2x \cdot \sin 8x;$$

$$\sin 8x \cdot \sin 4x - \sin 6x \cdot \sin 4x = 0;$$

$$\sin 4x \cdot \cos 7x \cdot \sin x = 0,$$

$$\begin{cases} \sin 4x = 0 \\ \cos 7x = 0 \\ \sin x = 0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi n}{4} \\ x = \frac{\pi}{14}(2n+1) \\ x = \pi n, \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$



Aniqlanish soha inobatga olinsa, $x = \pi n$ va $x = \frac{\pi n}{4}$ tashlab yuboriladi. Endi $x = \frac{\pi}{14}(2n+1) = \frac{\pi}{56}(8n+4)$ to'plamdan $x = \frac{\pi m}{8} = \frac{\pi}{56}7m$ ildizlarni chiqarib tashlash lozim, bu yerda $n, m \in \mathbb{Z}$ To'plamlarni bitta modulga keltiramiz:

$$\begin{aligned}\{7m\} &= \{56m; 56m+7; 56m+14; 56m+21; \\ &56m+28; 56m+35; 56m+42; 56m+49\}; \\ \{8n+4\} &= \{56n+4; 56n+12; 56n+20; \\ &56n+28; 56n+36; 56n+44; 56n+52\}.\end{aligned}$$

To'plamlar qoldig'i 28 ga teng umumiy elementga ega, bu qoldiq n ning qanday qiymatlarida o'rinli ekanligini topamiz: $8n+4 \neq 56m+28; n \neq 7m+3$.

$$\text{Javob: } \left\{ \frac{\pi}{14} + \frac{\pi n}{7} \mid n \in \mathbb{Z}, n \neq 7m+3 \right\}.$$

$$\text{4. Tenglamani yeching: } \log_5(7-2\sin 3x) = \cos \frac{12x}{5}.$$

$$\begin{aligned}\text{Yechish. } -1 \leq \sin 3x \leq 1 \text{ bo'lgani uchun } 5 \leq 7-2\sin 3x \leq 9; \\ 1 \leq \log_5(7-2\sin 3x) \leq \log_5 9.\end{aligned}$$

$$\text{Ikkinchi tomondan, } -1 \leq \cos \frac{12x}{5} \leq 1. \text{ Demak,}$$

$$\begin{aligned}\log_5(7-2\sin 3x) \geq 1 \quad \text{va} \quad \cos \frac{12x}{5} \leq 1 \quad \text{bo'lgani uchun} \\ \begin{cases} \sin 3x = 1 \\ \cos \frac{12x}{5} = 1. \end{cases}\end{aligned}$$



$$\text{Bundan } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6}(4n+1) \\ x = \frac{\pi}{6}5m, \end{cases} \quad n, m \in Z.$$

Moduli 20 ga teng to'plamlarini topamiz:

$$\{4n+1\} = \{20n+1; 20n+5; 20n+9; 20n+13; 20n+17\};$$

$$\{5m\} = \{20m; 20m+5; 20m+10; 20m+15\}.$$

Kesishma to'plam $\{20n+5\}$. U holda tenglamaning ildizlari

$$x = \frac{\pi}{6}(20n+5).$$

$$\text{Javob: } \left\{ \frac{5\pi}{6} + \frac{10}{3}\pi n \mid n \in Z \right\}.$$

Xulosa qiladigan bo'lsak, ushbu usul tenglamaning aniqlanish sohasini inobatga olgan holda samarali tekshirishlar orqali umumlashgan yechimni topishga imkon beradi. Shu bilan birga undan foydalanilganda to'plamlar nazariyasiga asoslangan modulli tahlil qilish orqali tenglamaning takrorlanuvchi ildizlari chiqarib tashlanadi. Tenglamaning faqat bir marta qabul qilinadigan ildizlari qoldiriladi, ildizlarning takrorlanishlari oldi olinadi. Natijada eng umumiy va ixcham ildizlar to'plami topiladi. Ixtisoslashtirilgan maktablar va akademik litseylarda taklif qilingan deduktiv xulosalar va usullardan foydalanish matematika, xususan trigonometriyani chuqur o'rganishga xizmat qiladi.

Adabiyotlar:

1. Milne J.S. Algebraic number theory. Huxley Valley, New Zealand. 2020.
2. Nazarov R.N., Toshpo'latov B.T., Do'sumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi. T., Oqituvchi, 1993.
3. Моденов В.П. Математика. Москва «Новая Волна» 2002.



ЭСТЕТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ УЧАЩИХСЯ АКАДЕМИЧЕСКИХ ЛИЦЕЕВ ПОСРЕДСТВОМ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ МЕТОДОВ УМНОЖЕНИЯ

С.С. Эгамбердиев, Национальный институт педагогики
воспитания имени Кары Ниязи докторант 3-го курса

В статье рассматривается возможность развития эстетического воспитания учащихся академических лицеев на уроках математики посредством альтернативных методов умножения. Подчеркивается важность формирования у учащихся чувства красоты математических закономерностей, симметрии и логической гармонии. Приведены примеры альтернативных методов умножения, а также их влияние на развитие математического мышления и эстетического восприятия числовых структур [1], [2].

Ключевые слова: эстетическое воспитание, альтернативные методы умножения, академические лицеи, математическая гармония, творческое мышление.

Maqolada akademik litsey o'quvchilarining estetik tarbiyasini matematika darslarida muqobil ko'paytirish usullari orqali rivojlantirish imkoniyati ko'rib chiqiladi. O'quvchilarda matematik qonuniyatlarning go'zalligini, simmetriya va mantiqiy uyg'unlikni his qilish muhimligi ta'kidlanadi. Muqobil ko'paytirish usullarining namunalari keltirilib, ularning matematik tafakkur va sonli tuzilmalarni estetik idrok etishga ta'siri ko'rsatilgan [1], [2].

Kalit so'zlar: estetik tarbiya, muqobil ko'paytirish usullari, akademik litseylar, matematik uyg'unlik, ijodiy tafakkur.

The article examines the possibility of developing the aesthetic education of academic lyceum students in mathematics lessons through alternative multiplication methods. The importance of cultivating

students' sense of the beauty of mathematical patterns, symmetry, and logical harmony is emphasized. Examples of alternative multiplication methods are provided, as well as their impact on the development of mathematical thinking and the aesthetic perception of numerical structures [1], [2].

Keywords: *aesthetic education, alternative multiplication methods, academic lyceums, mathematical harmony, creative thinking.*

Современное образование направлено не только на передачу знаний, но и на формирование эстетического восприятия окружающего мира. Математика, являясь точной наукой, обладает скрытой гармонией и красотой, которую можно продемонстрировать учащимся [3]. Особенно актуально это в академических лицеях, где углубленное изучение предмета требует творческого подхода. Одним из эффективных способов развития эстетического восприятия является изучение альтернативных методов умножения, которые раскрывают различные аспекты математической красоты [4].

1. Эстетическое воспитание в математике Эстетическое воспитание – это процесс формирования у учащихся чувства прекрасного, умения видеть гармонию в научных закономерностях. В математике красота выражается в симметрии, пропорциях и элегантности решений [5]. Развитие эстетического вкуса у учащихся способствует не только повышению интереса к предмету, но и развитию логического мышления, интуиции и творческих способностей [6].

2. Альтернативные методы умножения как инструмент эстетического воспитания Традиционный алгоритм умножения не всегда раскрывает всю глубину математической структуры чисел. Альтернативные методы позволяют взглянуть на процесс вычислений с неожиданной стороны, что способствует развитию гибкости мышления и эстетического восприятия.



Метод 1: Умножение двузначных чисел с одинаковой десятичной частью и единичной частью, дающей в сумме 10 [4;7]

Рассмотрим пример №1 : $43*47=?$

1. Необходимо проверить можем ли мы воспользоваться данным способом. Числа имеют одинаковую десятичную часть (4) и цифры в единичной части, в сумме дают 10 ($3 + 7 = 10$).

2. Умножаем цифру из десятичной части на следующее по счёту цифру, то есть 4 на 5, $4*5=20$. Запишем данное произведение в левой части равенства.

3. Следующим шагом найдём произведение цифр из единичной части. $3*7=21$ и запишем ответ в конце равенства.

4. Записываем результат: **2021**.

№ 1	$43*47=?$	
и.	$43*47=(4*5)=20..$	(цифру из десятичной части умножаем на следующую по счёту)
и.	находим произведение цифр из единичной части и записываем в конце	
и.	$43*47=2021$	

пример №2

$32*38=?$

1. Необходимо проверить можем ли мы воспользоваться данным способом. Числа имеют одинаковую десятичную часть (3) и цифры в единичной части, в сумме дают 10 ($2 + 8 = 10$).

2. В десятичной части у нас тройки. Умножаем цифру из десятичной части на следующее по счёту цифру, то есть 3 на 4; $3*4=12$. Запишем данное произведение в левой части равенства.

3. Следующим шагом найдём произведение цифр из единичной части. $2*8=16$ и запишем ответ в конце равенства.

4. Записываем результат: **1216**.

№ 2	$32*38=?$	
и.	$32*38=(3*4)=12..$	(цифру из десятичной части умножаем на следующую по счёту)
и.	находим произведение цифр из единичной части и записываем в конце	
и.	$32*38=1216$	

Этот метод значительно упрощает вычисления без использования стандартного столбика. Но мы можем пользоваться им только в том случае, когда цифры в десятичной части одинаковые, а сумма цифр из единичной части равно 10.

Метод 2: Возведение двузначного числа в квадрат с использованием формул сокращенного умножения [2;3]

Для того, чтобы воспользоваться данным методом, нам необходимо знать следующие три формулы сокращенного умножения. Данный метод позволит нам значительно эффективно возводить в квадрат, нежели традиционный способ.

$$1)(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad - \text{ квадрат разности}$$

$$2)(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad - \text{ квадрат суммы}$$

$$3)a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad - \text{ разность квадратов}$$

Пример №1: $31^2 = ?$

1. Представим число как сумму: $31^2 = (30+1)^2$

2. Используем формулу:

$$(30+1)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$$

Ответ: 961.

Пример №2: $59^2 = ?$

1. Представим число 59 как разность: $59^2 = (60-1)^2$

2. Используем формулу:

$$(60-1)^2 = 60^2 - 2 \cdot 60 \cdot 1 + 1^2 = 3600 - 120 + 1 = 3481$$

Ответ: 3481.

Метод 3: Умножение любых двузначных чисел [4]

Пример №1: $12 \cdot 23 = ?$

Данный способ отличается от традиционного и использует приёмы ментальной арифметики:

1. Найдём произведение десятков (ответ записываем с левой части равенства): $12 \cdot 23 = 2\ldots$



2. Найдём произведение единиц: (записываем в конце):
 $12*23=2.6$

3. Последний шаг, необходимо найти сумму произведений перекрёстных

$$12*23=2 \underline{7} 6$$

цифр:

Ответ: **276**

Пример №2:

$$41*24=$$

1. Найдём произведение десятков (ответ записываем с левой части равенства): $41*24=8..$

2. Найдём произведение единиц: (записываем в конце):
 $41*24=8.4$

3. Последний шаг, необходимо найти сумму произведений перекрёстных

$$41*24=8 \underline{(1)} 8 4$$

цифр:

В данном примере, сумма равна 18, но по правилу на каждой позиции должна оставаться лишь последняя цифра, единица из десятка переходит в сотую часть числа как сумма. $8+1=9$

Ответ: **984**

3. Применение альтернативных методов в академических лицах Академические лица предоставляют возможность углубленного изучения математики, что делает их идеальной платформой для внедрения альтернативных методов. Учащиеся, осваивая различные способы умножения, не только развивают математическое мышление, но и учатся видеть эстетику числовых



преобразований. Введение в учебный процесс таких методов способствует формированию у учащихся целостного восприятия математики как науки, наполненной логикой, красотой и элегантностью.

Заключение. Эстетическое воспитание в математике играет важную роль в формировании интеллектуального и творческого потенциала учащихся. Альтернативные методы умножения позволяют раскрыть перед ними гармонию чисел, сделать процесс обучения более увлекательным и познавательным. Внедрение таких методов в учебный процесс академических лицеев способствует развитию математической культуры, логического и абстрактного мышления, а также эстетического восприятия математических закономерностей.

Литература

1. Богомолов А.Н. Эстетика математики. – М.: Наука, 2018.
2. Клайн М. Математика: утраченная красота. – СПб.: Питер, 2019.
3. Поля С. Как решать задачу. – М.: Мир, 2017.
4. Хитрова И.А. Альтернативные методы вычислений. Екатеринбург: УРФУ, 2020.
5. Montano U. *Explaining Beauty in Mathematics: An Aesthetic Theory of Mathematics*. – Springer, 2014.
6. Aharoni R. *Mathematics, Poetry and Beauty*. – World Scientific Publishing, 2014.
7. Major S.K. *Right-Brained Multiplication & Division: A Forget Memorization Book*. – Child1st Publications, 2016.
8. Farris F.A. *Creating Symmetry: The Artful Mathematics of Wallpaper Patterns*. – Princeton University Press, 2015.



ILG'OR TAJRIBA VA O'QITISH METODIKASI

HOSILA YORDAMIDA AYNIYATLARNI ISBOTLASH

G'.S.Bozorov, *O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali*
Axborot tizimlari va texnologiyalari kafedrasi dotsenti

Ushbu maqolada turli xil nostandart ayniyatlarni, hosila yordamida isbotlash masalasi qaralgan.

Kalit so'zlar: *ayniyatlar, funksiyalar, isbot.*

В данной статье рассматривается вопрос доказательства различных нестандартных фактов с использованием производных.

Ключевые слова: *факты, функции, доказательство.*

This article discusses the problem of proving various non-standard properties using derivatives.

Keywords: *properties, functions, proof.*

Hosila yordamida ayniyatlarni isbotlash, ayniyatlarni va murakkab ayniyatlarni isbotlashning boshqa yo'llariga qaraganda ancha qulayroqdir, chunki ko'pgina ayniyatlarni boshqa yo'l bilan isbotlaganda ancha mexnatni talab qiladi, lekin shunday ayniyatlar borki ular hosila yordamida osongina isbotlanadi.

Agar $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar biror I oraliqning har bir nuqtasida teng hosilalarga ega bo'lsa, u holda bu funksiyalarning ayirmasi I oraliqda o'zgarmas songa teng bo'ladi, ya'ni $f(x) - g(x) = c$ [1].

Shunday qilib $[a; b]$ kesmada $f(x) = g(x)$ ayniyat o'rinli ekanligini isbotlash uchun

- $[a; b]$ kesmada $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar uzluksiz
- $(a; b)$ segmentdan olingan har bir x da $f'(x) = g'(x)$



$[a; b]$ intervalga tegishli kamida bitta x_0 nuqtada $f(x_0) = g(x_0)$ ekanligini tekshirish yetarli [2]. Endi hosiladan foydalanib ayniyatlarni isbotlashga doir misollar bilan tanishib chiqaylik:

1-misol. $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ ayniyatni isbotlang [3].

Isbot. $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x - \cos 2x$ funksiyani qaraymiz.

$$f'(x) = -2\sin x \cos x - 2\sin x \cos x + 2\sin 2x = -4\sin x \cos x + 2\sin 2x = \\ = -2\sin 2x + 2\sin 2x = 0.$$

Bundan ko'rinadiki, $f(x)$ funksiya biror o'zgarmas $c = \text{const}$ songa teng. Bu sonni topish uchun x ga biror qiymat berib ko'ramiz. Misol uchun $x = 0$ bo'lgan holda $f(0) = \cos^2 0 - \sin^2 0 - \cos 0 = 1 - 0 - 1 = 0$ demak, $f(x) = 0$ bundan $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ ekanligi kelib chiqadi. Isbot tugadi.

2-misol. $|x| \neq 1$ bo'lganda

$$1 + 3x^2 + 5x^4 + \dots + (2n-1)x^{2n-2} = \frac{(2n-1)x^{2n+2} - (2n+1)x^{2n} + x^2 + 1}{(1-x^2)^2}$$

ayniyatni isbotlang [3].

$$1 + 3x^2 + 5x^4 + \dots + (2n-1)x^{2n-2} = (x + x^3 + x^5 + \dots + x^{2n-1})'.$$

tenglik o'rinli ekanligi bizga ma'lum, $x + x^3 + x^5 + \dots + x^{2n-1}$ yig'indining birinchi xadi x va maxraji x^2 bo'lgan geometrik progressiyaning n ta xadining yig'indisidir.

Demak, $b_1 = x$, $q = x^2$ bo'lsa

$$x + x^3 + x^5 + \dots + x^{2n-1} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{x(1-x^{2n})}{1-x^2},$$



$$x + x^3 + x^5 + \dots + x^{2n-1} = \frac{x(1 - x^{2n})}{1 - x^2} \text{ bundan,}$$

$$1 + 3x^2 + 5x^4 + \dots + (2n-1)x^{2n-2} = \left(\frac{x - x^{2n+1}}{1 - x^2} \right)'$$

Endi $\left(\frac{x - x^{2n+1}}{1 - x^2} \right)'$ ni xisoblaymiz.

$$\begin{aligned} \left(\frac{x - x^{2n+1}}{1 - x^2} \right)' &= \frac{(1 - (2n+1)x^{2n})(1 - x^2) + (x - x^{2n+1})2x}{(1 - x^2)^2} = \\ &= \frac{1 - x^2 - (2n+1)x^{2n} + (2n+1)x^{2n+2} + 2x^2 - 2x^{2n+2}}{(1 - x^2)^2} = \\ &= \frac{1 + x^2 - (2n+1)x^{2n} + x^{2n+2}(2n+1-2)}{(1 - x^2)^2} = \frac{1 + x^2 - (2n+1)x^{2n} + (2n-1)x^{2n+2}}{(1 - x^2)^2} = \\ &= \frac{(2n-1)x^{2n+2} - (2n+1)x^{2n} + x^2 + 1}{(1 - x^2)^2}, \end{aligned}$$

Bundan

$$1 + 3x^2 + 5x^4 + \dots + (2n-1)x^{2n-2} = \frac{(2n-1)x^{2n+2} - (2n+1)x^{2n} + x^2 + 1}{(1 - x^2)^2}$$

tenglik o'rinli ekanligini ko'rishimiz mumkin. Ayniyat isbot bo'ldi.

3-misol. $x \neq 1$ bo'lganda

$$2x + 4x^3 + 6x^5 + \dots + 2nx^{2n-1} = \frac{2x - (2n+2)x^{2n+1} + 2nx^{2n+3}}{(x^2 - 1)^2}$$

ayniyatni isbotlang [3].

Isbot. Bizga

$$2x + 4x^3 + 6x^5 + \dots + 2nx^{2n-1} = (x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{2n})'$$

tenglikni o'rinli ekanligi ma'lum. $x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{2n}$ yig'indi geometrik progressiyaning n ta xadining yig'indisidir. Bunda birinchi hadi $b_1 = x^2$, maxraji $q = x^2$ ga teng.

$$\text{Demak, } x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{2n} = \frac{x^2(1 - x^{2n})}{1 - x^2} = \frac{x^2 - x^{2n+2}}{1 - x^2},$$

$$\text{Bundan } 2x + 4x^3 + 6x^5 + \dots + 2nx^{2n-1} = \left(\frac{x^2 - x^{2n+2}}{1 - x^2} \right)'$$

$$\text{Endi } \left(\frac{x^2 - x^{2n+2}}{1 - x^2} \right)' \text{ ni xisoblaymiz.}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^2 - x^{2n+2}}{1 - x^2} \right)' &= \frac{(2x - (2n+2)x^{2n+1})(1 - x^2) + (x^2 - x^{2n+2})2x}{(1 - x^2)^2} = \\ &= \frac{2x - 2x^3 - (2n+2)x^{2n+1} + (2n+2)x^{2n+3} + 2x^3 - 2x^{2n+3}}{(1 - x^2)^2} = \\ &= \frac{2x - (2n+2)x^{2n+1} + x^{2n+3}(2n+2-2)}{(1 - x^2)^2} = \frac{2x - (2n+2)x^{2n+1} + 2nx^{2n+3}}{(1 - x^2)^2} \end{aligned}$$

Bundan

$$2x + 4x^3 + 6x^5 + \dots + 2nx^{2n-1} = \frac{2x - (2n+2)x^{2n+1} + 2nx^{2n+3}}{(x^2 - 1)^2}$$

tenglikni o'rinli ekanligini ko'rishimiz mumkin. Demak ayniyat isbotlandi.



4-misol. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ayniyatni isbotlang.

Isbot. $f(x) = \sin 2x - 2 \sin x \cos x$ funksiyani qaraymiz

$$f'(x) = 2 \cos 2x - 2(\cos x \cos x - \sin x \sin x) = 2 \cos 2x - 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = \\ = [1 - \text{misoldan}] = 2 \cos 2x - 2 \cos 2x = 0$$

Bundan, $f(x)$ ning biror c o'zgarmas songa tengligi, ya'ni $f(x) = c$ kelib chiqadi. Bu o'zgarmas c ni topish uchun x ga biror qiymat berib ko'ramiz. Misol uchun, $x = \frac{\pi}{2}$ bo'lsin, u holda

$$c = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin 2 \cdot \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} = \sin \pi - 2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} = 0 - 2 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

Demak, $f(x) = 0$, ya'ni $\sin 2x - 2 \sin x \cos x = 0$. Bundan esa, $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ayniyat kelib chiqadi.

Xulosa qiladigan bo'lsak, hosila yordamida turli xil nostandart ayniyatlarni isbotlash ancha qulay ekan. Shuningdek hosila yordamida nostandart ayniyatlardan tashqari, turli xil nostandart tengsizliklarni ham isbotlash mumkin. Buni navbatdagi ishlarimizda bayon qilamiz.

Adabiyotlar:

1. Azlarov. T., Mansurov. X., Matematik analiz. T.: «O'zbekiston». 1 t: 1994 y.-416 b.
2. Azlarov. T., Mansurov. X., Matematik analiz. T.: «O'zbekiston». 2 t: 1995 y.-436 b.
3. Toshmetov. O', Turg'unboyev. R., Matematik analizdan misol va masalalar to'plami. 1-q. TDPU. 2006 y.-140 b.
4. Bozorov G'.S., Funksiya limiti va takroriy limitlar orasidagi bog'lanishlar "Fizika, matematika va informatika" jurnali. – Toshkent: 2023. -№2., – B. 45-50.



UCHBURCHAK VA PARABOLA ORASIDAGI BA'ZI AJOYIB MUNOSABATLAR

D.E.Davletov, Renessans ta'lim universiteti Matematika va tabiiy fanlar kafedrası dotsenti

Sh.I.Sharipova, Renessans ta'lim universiteti Matematika va tabiiy fanlar kafedrası katta o'qituvchisi

Ushbu maqolada parabola ichki, tashqi chizilgan uchburchaklar va ularning xossalari berilib, parabola va uchburchaklarning o'zaro joylashuviga oid ba'zi geometrik masalalarning yechish usullari keltirilgan.

Kalit so'zlar: parabola, uchburchak, parabola ichki yoki tashqi chizilgan uchburchak, parabola fokusi, parabola direktrisasi

В этой статье даны свойства вписанных и описанных треугольников параболы, а также приведены методы решения некоторых геометрических задач о взаимном расположении параболы и треугольников.

Ключевые слова: parabola, треугольник, вписанные и описанные треугольники параболы, фокус параболы, директриса параболы

This article gives the parabola interior, exterior drawn triangles and their properties, and provides solutions to some of the geometric problems related to the interposition of parabolas and triangles.

Key words: parabola, triangle, inscribed and circumscribed triangles of a parabola, focus of a parabola, directrix of a parabola

Uchburchak va aylanaga o'zaro vaziyatlariga doir masalalarni geometriyadan masalalar to'plamlarida ko'plab uchratamiz, ammo uchburchak va ellips, uchburchak va parabola, uchburchak va giperbolalarning o'zaro vaziyatlariga oid masalalarga kam e'tibor



beriladi. Biz ushbu maqolada uchburchak va parabolalarning o'zaro joylashuviga oid masalalarni ko'rib chiqamiz.

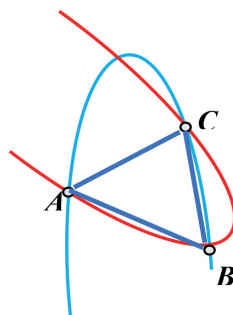
Agar uchburchakning uchlari biror parabolaga tegishli bo'lsa uchburchak parabolaga ichki chizilgan deyiladi. Demak ixtiyoriy uchburchakka cheksiz ko'p parabolalar tashqi chizish mumkin. Haqiqatan ham agar berilgan uchburchak uchun ordinata o'qini uning tomonlaridan bittasigayam parallel bo'lmaydigan qilib joylashtirsak berilgan nuqtalarning koordinatalaridan foydalanib

parabolaning $y = ax^2 + bx + c$ ko'rinishdagi tenglamasini hosil qilamiz. Koordinatalar sistemasini burish orqali berilgan uchta nuqtadan o'tuvchi boshqa parabola tenglamasini hosil qilamiz. Uning grafigi dastlabki parabola grafigi bilan ustma ust tushmaydi, chunki simmetriya o'qlari turlicha bo'ladi [1].

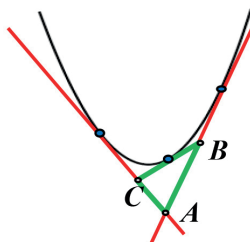
Agar uchburchakning tomoni yoki tomonlaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar parabolaga urinsa uni parabolaga tashqi chizilgan uchburchak deyiladi [1].

Endi parabolaga ichki yoki tashqi chizilgan uchburchaklarning ba'zi xossalarini keltiramiz [2], [3]:

1. Parabolaga ichki chizilib tayin to'g'ri burchakli uchga ega bo'lgan barcha to'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzalari bitta nuqtadan o'tadi;



1-chizma. Parabolaga ichki chizilgan uchburchak



2-chizma. Parabolaga tashqi chizilgan uchburchak

2. Parabolaga ichki va tashqi chizilgan uchburchaklar yuzalarining nisbati 2:1 kabi bo'ladi;

3. Uchlari tayin parabolada yotgan uchburchakning yuzi faqat uning uchlari absissalarining ayirmasiga bog'liq bo'ladi (agar uchburchak uchlari absissalarni ayirmasini saqlagan holda shaklini o'zgartirib parabola bo'ylab sirpansa uning yuzi o'zgarmaydi);

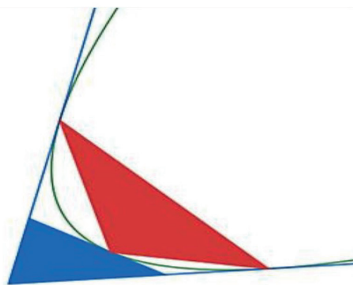
4. Uchburchakka ichki chizilgan parabolaning direktrisasi uchburchak ortomarkazidan o'tadi, parabolaning fokusi esa uchburchakka tashqi chizilgan aylanada yotadi;

5. Parabolaga tashqi chizilgan ABC uchburchak parabolaga P, M, Q nuqtalarda urinsa $\frac{PA}{AB} = \frac{QC}{CB} = \frac{CM}{MA}$ munosabat o'rinli.

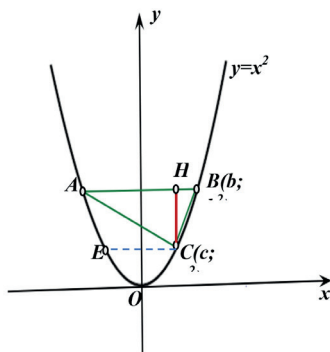
Endi parabola va uchburchaklarning o'zaro joylashuviga doir masalalar ko'rib chiqamiz.

1-masala. To'g'ri burchakli ABC uchburchak $y = x^2$ parabola ichki chizilgan. Agar uchburchakning gipotenuzasi parabolaning direktrisasiga parallel bo'lsa uchburchakning gipotenuzaga tushirilgan balandligini toping [3].

Yechish. $y = x^2$ parabola ABC to'g'ri burchakli uchburchak ichki chizilgan va $\angle C = 90^\circ$. CH balandlik AB gipotenuzaga tushirilgan balandlik bo'lsin.



3-chizma. Parabolaga ichki va tashqi chizilgan uchburchaklar



4-chizma. Parabolaga ichki chizilgan to'g'ri burchakli uchburchak

Aytaylik $y = x^2$ parabolada yotuvchi B va C nuqtalar $B(b;b^2)$, $C(c;c^2)$ koordinatalarga ega bo'lsin. U holda $AB = 2b$, $BH = b - c$, $AH = b + c$, $CH = b^2 - c^2$.

CHB va CHA uchburchaklarning o'xshashligidan quyidagi munosabatga ega bo'lamiz: $\frac{BH}{CH} = \frac{CH}{AH}$

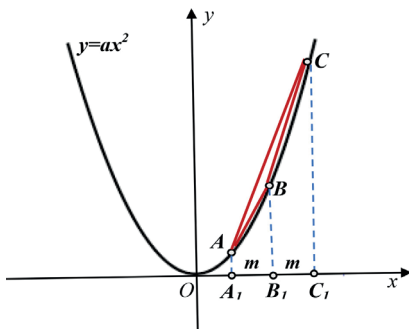
U holda yuqoridagilarni e'tiborga olsak:

$$\frac{b-c}{b^2-c^2} = \frac{b^2-c^2}{b+c} \Rightarrow \frac{1}{b+c} = \frac{b-c}{1} \Rightarrow b^2 - c^2 = 1$$

Demak gipotenuzaga tushirilgan balandlik $CH = b^2 - c^2 = 1$ ga teng.

2-masala. $y = ax^2$ parabolada uchta A , B va C nuqtalarni qaraymiz. Bu nuqtalarning Ox o'qidagi proyeksiyalari bir biridan teng uzoqlikda joylashgan: $A_1B_1 = B_1C_1 = m$. ABC uchburchak yuzini toping [3].

Yechish. A , B va C nuqtalarning absissalarini mos ravishda x_1 , x_2 va x_3 orqali belgilaymiz. 5-chizmadagi A_1ACC_1 trapetsiyani qarasak, u A_1ABB_1 va B_1BCC_1 trapetsiyalardan va ABC uchburchakdan tashkil topgan.



5-chizma. $y = ax^2$ parabolaga ichki chizilgan uchburchakning Ox o'qidagi proyeksiyalari

Shuning uchun ABC uchburchak yuzini topish uchun

$S_{ABC} = S_{A_1ABB_1} - S_{A_1ABB_1} - S_{B_1BCC_1}$ tenglik o'rinli. Bundan

$$S_{ABC} = \frac{ax_1^2 + a(x_1 + 2m)^2}{2} \cdot 2m - \frac{ax_1^2 + a(x_1 + m)^2}{2} \cdot m - \frac{a(x_1 + m)^2 + a(x_1 + 2m)^2}{2} \cdot m = am^3$$

Demak izlanayotgan uchburchakning yuzi A nuqta absissasining tanlanishiga bog'liq emas, balki qo'shni nuqtalar absissalari orasidagi masofa m ga va parabola parametri a ga bog'liq ekan (yuqoridagi 3-xossa).

Endi umumiy holni qaraymiz - ABC uchburchak uchlarining absissalari mos ravishda x_1, x_2, x_3 bo'lsin. Aniqlik uchun agar $x_1 < x_2 < x_3$ deb olsak u holda

$$S_{ABC} = \frac{ax_1^2 + ax_3^2}{2}(x_3 - x_1) - \frac{ax_1^2 + ax_2^2}{2}(x_2 - x_1) - \frac{ax_2^2 + ax_3^2}{2}(x_3 - x_2)$$

Bu ifodani soddalashtirib $S_{ABC} = \left| \frac{a}{2}(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1) \right|$ tenglikka ega bo'lamiz.

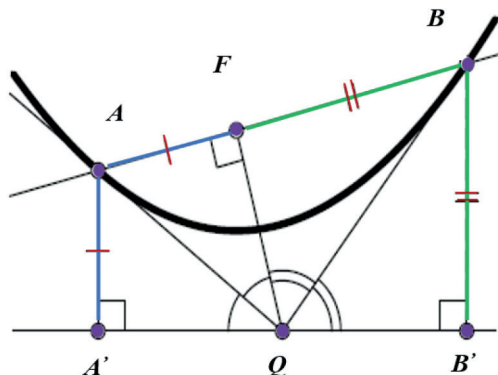
Demak bu formuladan tayin parabolaga ichki chizilgan uchburchakning yuzi faqatgina uchburchak uchlarining absissalari ayirmasiga bog'liq ekanligi kelib chiqadi. Bundan quyidagi ajoyib xossaga ega bo'lamiz: Agar uchburchakning uchlari absissalari ayirmasini saqlagan holda parabola bo'ylab harakatlansa uchburchakning yuzi o'zgarmas ekan.

3-masala. Parabola nuqtalari 90° burchak ostida ko'rindigan Q nuqtalarning geometrik o'rni parabola direktrisasi bolishini va agar QA va QB lar parabolaga o'tkazilgan urinmalar bo'lsa u holda parabolaning F fokusi AB to'g'ri chiziqda yotib QF kesma QAB uchburchakning balandligi bo'lishini isbotlang [2].

Yechish. Q nuqta parabola direktrisasida yotsin. A' va B' nuqtalar paraboladagi A va B nuqtalarning direktrisadagi proyeksiyalari bo'lsin.



U holda QAF va QAA' uchburchaklar teng bo'ladi. Bu uchburchaklar PQ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik joylashgan. QAF va QAA' uchburchaklar tengligidan $\angle QAF = \angle QA'A = 90^\circ$ bo'lib QF kesma AB ga perpendikulyar. Demak QF kesma QAB uchburchakning balandligi bo'ladi. Bundan tashqari $\angle AQB = \frac{1}{2}(\angle FQA' + \angle FQB') = 90^\circ$. Demak direktrisada yotgan nuqtalardan parabola to'g'ri burchak ostida ko'rinadi.



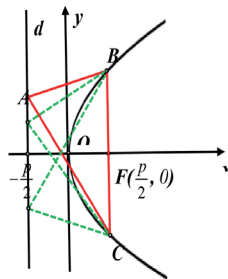
6-chizma. $\angle AQB = 90^\circ$, Q -direktrisadagi

4-masala. Uchburchakning bitta uchi $y^2 = 2px$ parabolaning direktrisasida bo'lib qolgan ikkita uchi parabolaning fokusidan o'tib Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan vatarning uchlari hisoblanadi. Uchburchak yuzini toping.

Yechish. $y^2 = 2px$ parabolaning fokusi $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ nuqtada bo'lib direktrisasi $x = -\frac{p}{2}$ to'g'ri chiziq bo'ladi. Masala shartiga ko'ra uchburchakning B uchi $B\left(\frac{p}{2}, \sqrt{2p \cdot \frac{p}{2}}\right)$, ya'ni $B\left(\frac{p}{2}, p\right)$ koordinatalarga ega. Xuddi shunday uchburchakning C uchining koordinatalari

$C\left(\frac{p}{2}, -p\right)$ bo'ladi. Demak BC kesmaning uzunligi $2p$ ga teng.

Parabola ta'rifiga ko'ra paraboladagi B nuqtadan F fokusgacha bo'lgan masofa B nuqtadan d direktrisagacha masofaga (uchburchak balandligi) teng. Bundan ABC uchburchakning A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandligi p ga teng. Yuqoridagilarga asosan ABC



7-chizma. Bitta uchi $y^2 = 2px$ parabolaning direktrisasida bo'lgan uchburchak

uchburchakning yuzi $S = \frac{2p \cdot p}{2} = p^2$ ga teng.

Ma'lumki ikkinchi tartibli chiziqlarning xossalari ko'plab tatbiqlarga ega bo'lib biz ko'rib chiqqan parabola ichki, tashqi chizilgan uchburchaklar va ularning xossalari, parabola va uchburchaklarning o'zaro joylashuviga oid geometrik masalalar o'quvchi va talabalarning ikkinchi tartibli chiziqlar va ko'pburchaklarning o'zaro joylashuviga oid tasavvurlarini kengaytirib bu turdagi masalalar yechish malakalarini rivojlanishiga yo'rdam beradi.

Adabiyotlar:

1. Narmanov A.Y., Analitik geometriya. – darslik Toshkent, “Innovatsiya-Ziyo”, 2021-yil. –154 b.
2. Акопян А. В., Заславский А. А., Геометрические свойства кривых второго порядка. – М.: МЦНМО, 2007. — 136 с.
3. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии: Учебное пособие. –5-е изд., испр.и доп. –М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006. – 640 с.
4. Мякишев А. Г. Элементы геометрии треугольника. (Серия: «Библиотека „Математическое просвещение“»). М.: МЦНМО, 2002. – 32 с.



DUAL TA'LIMI ASOSIDA O'QITISHDA O'QUVCHILARNING KOGNITIV QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISH TEXNOLOGIYALARI

Sh.B. Ochilov, Navoiy davlat universiteti dotsenti
S. Davronova, Navoiy davlat universiteti magistri

Mazkur maqolada, ta'lim muassasalarida dual ta'lim mashg'ulotlarni joriy etish orqali o'quvchilarning kasbga oid qarorlarini shakllantirish, jahon ta'lim tizimida dual ta'limining o'rni, bugungi kundagi ahamiyati ko'rsatib o'tilgan. Maxsus ta'lim dasturlar asosida ta'lim muassasasi va korxonalar o'rtasida o'zaro integratsiyasi virtual simulyatsiyalar va onlayn konsultatsiyalar orqali kasbga yo'naltirish jarayonini optimallashtirishning amaliy jihatlarini o'rganilgan. Dual ta'limi asosida o'quvchilarning kognitiv qobiliyatlarini aniqlash va ularni tegishli kasblarga yo'naltirishning metodologik asoslari muhokama qilingan.

Kalit so'zlar: *dual ta'lim, kognitiv, kasb tanlash, kasb-hunar, korxona, raqobatbardosh, integratsiya, kasbiy faoliyat, umumkasbiy fanlar, metodologiya, texnologiya, Real hayot, tashkilot.*

В данной статье показана роль дуального образования в мировой системе образования, важность формирования карьерных решений студентов посредством внедрения классов дуального образования в образовательных учреждениях. На основе специальных образовательных программ, взаимной интеграции учебных заведений и предприятий посредством виртуальных симуляций и онлайн-консультаций изучены практические аспекты оптимизации процесса профориентации. Обсуждены методические основы определения познавательных способностей студентов на основе дуального образования и направления их на соответствующие профессии.

Ключевые слова: дуальное образование, познавательное, выбор профессии, профессия, предприятие, конкурентоспособность, интеграция, профессиональная деятельность, общепрофессиональные науки, методология, технология, Реальная жизнь, организация.

This article shows the role of dual education in the global education system, the importance of shaping students' career decisions through the introduction of dual education classes in educational institutions. Based on special educational programs, mutual integration of educational institutions and enterprises through virtual simulations and online consultations, practical aspects of optimizing the career guidance process were studied. The methodological foundations for determining the cognitive abilities of students on the basis of dual education and directing them to the appropriate professions are discussed.

Key words: dual education, cognitive, choice of profession, profession, enterprise, competitiveness, integration, professional activity, general professional sciences, methodology, technology, Real life, organization.

Bugungi kunda jamiyatimiz uchun har tomonlama rivojlangan fan texnika taraqqiyotini hayotga tadbiq eta oladigan yetuk, malakali kadrlar tayyorlash masalasi turibdi. Shu jumladan umumiy o'rta ta'lim fanlarini o'qitishning uzliksizligini va izchilligini ta'minlash, zamonaviy metodologiyasini yaratish, umumiy o'rta ta'lim davlat ta'lim standartlarini kasb-hunarga ya'ni Dual ta'lim asosida o'qitishni takomillashtirish, o'quv-metodik majmualarning yangi avlodini ishlab chiqish va amaliyotga joriy etish ishlari keng ko'lamda amalga oshirilmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2021-yil 29-martdagi "Professional ta'lim tizimida dual ta'limni tashkil etish chora-tadbirlari haqida"gi 163-son qarorida 4-bandida



– har yili tasdiqlangan reja asosida o'quvchilarni dual ta'lim dasturlari asosida o'qishga jalb etish bo'yicha kasbga yo'naltirish ishlarini tashkil etsin;

– dual ta'lim tashkil etiladigan tashkilot va professional ta'lim muassasasida ta'lim jarayonini tashkil etish yuzasidan hamkorlikni yo'lga qo'ysin hamda kelishilgan o'quv rejasi va o'quv jarayoni grafigini tasdiqlasin;

Ushbu qarorga muvofiq ta'limda olib borilayotgan islohotlar, o'zgarishlar o'quvchilarda nafaqat ta'limiy, balki kasb tanlashga yo'naltirish, hayotiy bilimlarni rivojlantirishga qaratilgandir.

Ta'lim sahasidagi ana shunday vazifalardan biri Oliy ta'lim muassasalarida tahsil olayotgan bo'lajak texnologiya o'qituvchilari tayyorlash sifatini oshirish, hozirgi zamon talablariga javob beradigan raqobatbardosh kadrlar tayyorlash masalasidir.

Jahon ta'lim tizimini dual ta'lim dasturiga asoslangan holda modernizatsiyalash, o'qitishning metodik asoslarini zamonaviy rivojlanish tendensiyalariga muvofiq takomillashtirish amaliyotiga alohida e'tibor qaratilmoqda. Ayniqsa, texnologiya fanini dual ta'limi dasturi asosida o'qitish orqali o'quvchilarning kasb-hunarga yo'naltirish bilan birga kasbiy kompetentligini tarkib toptirishning pedagogik shart-sharoitlarini takomillashtirish maqsadida Germaniya kasb-hunar maktabining dual ta'lim tizimini ko'rib chiqamiz.

Germaniya kasb-hunar ta'limining dual tizimi. Germaniyada kasb-hunar ta'limi dual tizimga asosan tashkil etilgan. "Dual" tushunchasi ikkilik degan ma'noni bildiradi va uning asosiy elementidan biri korxona bo'lsa, ikkinchisi kasb-hunar maktabi hisoblanadi. Korxona va kasb-hunar maktabi hamkorlikda kasb-hunar ta'limi jarayonini ta'minlaydi. Korxona va kasb-hunar maktabi o'rnashgan joyi va ishlash vaqti turli xil bo'lsada, bir-biri bilan hamkorlik qiladi.

Kasb-hunar ta'limining asosiy maqsadlari quyidagilardan iborat:
o'quvchi tanlagan kasbining asoslarini o'rganishi;

o'quvchi kasbiy faoliyatiga zarur bo'lgan muayyan bilim va ko'nikmalarni o'zlashtirishi;

o'quvchi kasbiy faoliyatiga zarur bo'lgan muayyan bilim va ko'nikmalarni o'zlashtirishi;

o'quvchi o'z kasbiy faoliyatda ishlash layoqatiga ega bo'lishi;

o'quvchi ta'lim olish davomida ish tajribalarini to'plashi;

O'quvchi kasb-hunar ta'limini muvaffaqiyatli bitirishi uchun zarur bilim va ko'nikmalarni o'zlashtirishga harakat qilishadi. O'quvchi o'quv jarayoniga bog'liq bo'lmagan ishlarni yoki jismoniy imkoniyatlaridan ortiq bo'lgan ishlarga jalb qilinmaydi.

Kasb-hunar ta'limi o'quv jarayoni o'quvchilar quyidagi ishlarni bajarishi majburiy hisoblanadi:

- ishlab chiqarish ta'lim ustalari tomonidan berilgan kasb-hunar ta'limiga bog'liq bo'lgan bo'yruqlarni bajarish;

- kasb-hunar maktabida va korxonalararo o'quv markazida o'tkaziladigan darslarda qatnashish;

- hisobot daftarlarini muntazam to'ldirib borish va ularda o'quv jarayonining har bir bosqichni yozib borish;

- korxonaning ishlab chiqarish sirlarini oshkor qilishdan saqlanish va raqobatdan ogoh bo'lish.

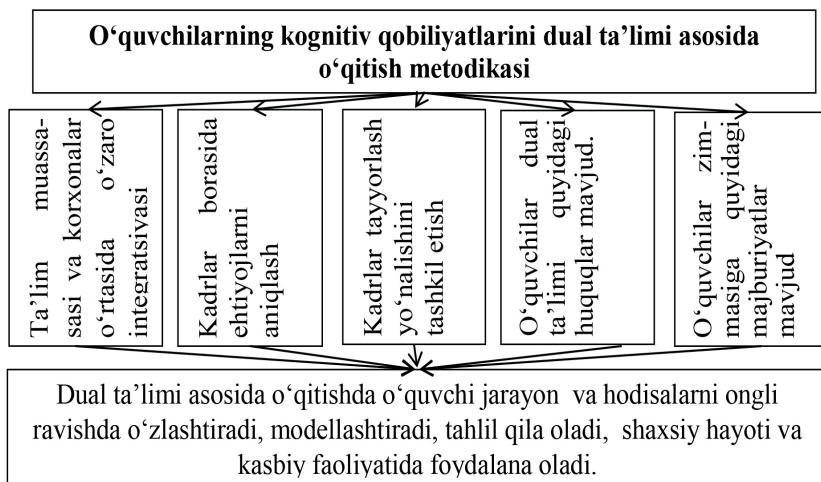
Kasb-hunar ta'limida tahsil olayotgan o'quvchilar suhbat natijasiga qarab o'quvchilarga guvohnoma beriladi. O'quvchilarning kasbiy kompetentligi o'rganiladi va shu tariqa hamkorlikda samarali tanlov o'tkaziladi.

Dual tizim, hatto o'zini oqlagan bo'lsa ham, uni kamdan kam mamlakatlarda uchratish mumkin. U kasb-hunar ta'limining bir necha o'qitish joylariga bo'linganligi bilan xarakterlanadi va ba'zida korxonalararo o'quv markaziga yuboriladi. Kasb-hunar maktabi maxsus nazariy va umumiy ta'limni beradi. Ular aniq biror bir kasbga bog'liq umumta'lim. Umumkasbiy va maxsus fanlar o'rgatiladi. Professional ta'lim tizimida o'quv rejaga asoslangan holda har bir



kasb-hunar maktablari, politexnikumlar o'zining o'quv rejasini ishlab chiqadi. Ishlab chiqarish korxonasida, ya'ni ish joyidagi ta'lim amaliy kasb-hunar ta'limini beradi. "Kasb-hunar ta'limi korxona o'z vaqtini rejalashtirishni, o'qitish joyini va o'qitish metodini erkin tanlaydi. Korxonalararo va korxona ichidagi o'quv markazda qisman ta'lim kurslari o'tkaziladi.

Korxona va kasb-hunar maktabining vazifalari quyidagicha taqsimlangan: korxona amaliy ko'nikmalarni o'rgatishga, kasb-hunar maktabi esa nazariy bilimlarni berishga mas'ul. Real hayotda korxona nazariy mashg'ulotlarni ham o'tkazadi, kasb-hunar maktabida esa nazariy mashg'ulotlarga qo'shimcha ravishda amaliy mashg'ulotlar ham o'tkaziladi. Bundan kelib chiqib aytilish mumkinki, dual ta'lim tizimida bir-birini takrorlash o'rniga, bir-birini to'ldirib borish juda muhimdir.



Mamlakatimizda ta'lim tizimini tubdan isloh qilish, dual ta'lim tizimiga asoslangan texnologiya fanini fanlararo aloqadorlikni

ta'minlashning integrativ mexanizmlarini takomillashtirishning metodik tizimini ishlab chiqishga doir qator ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Xususan, kasb-hunarga yo'naltirishning, nazariy bilimga asoslangan holda ishlab chiqarish korxonalariga ekskursiyalarni amaliy jihatdan tizimli qo'llash asosida o'quvchilarning kasbiy savodxonligini oshirish ishlab chiqarish va kasbiy bilimlarning integrativlikka ustuvorlik berish asosida daxldorlik tuyg'usini tarbiyalashning ilmiy asoslarini tadqiq etish ustuvor ahamiyat kasb etmoqda.

Kasb-hunar maktablari va politexnikumlarda dual ta'limni joriy etish maqsadida quyidagi ishlar bosqichma-bosqich amalga oshirilmoqda:

Ta'lim muassasasi va korxonalar o'rtasida o'zaro integratsiyasi:

- tashkilotga bir yoki bir nechta professional ta'lim muassasasi bilan va professional ta'lim muassasasiga ham bir yoki bir nechta tashkilot bilan shartnomalar rasmiylashtirishiga ruxsat beriladi;

- tashkilotda o'quvchilarning dual ta'lim dasturi bo'yicha nazarda tutilgan bilim, ko'nikma va malakani egallashlari uchun yetarli shart-sharoitlar mavjudligi professional ta'lim muassasasi tomonidan shartnoma rasmiylashtirishdan kamida bir hafta oldin o'rganilib, tegishli xulosalar tayyorlash;

- tashkilot bilan o'quvchi o'rtasida tuzilgan shartnoma nusxasi o'quvchi yoki tashkilot tomonidan taqdim etilgan taqdirda, professional ta'lim muassasasi o'quvchini o'quvchilar safiga qabul qilish;

- Professional ta'lim muassasalari tashkilotlar bilan har yili kamida ikki marta dual ta'lim dasturlari bo'yicha o'quvchilarni o'qishga jalb etish maqsadida kasbga yo'naltirish ishlarini tashkil etash;

- o'qitish davomiyligi, nazariy va amaliy ta'lim muddatlari hamda yakuniy davlat attestatsiyasi tashkilot va professional ta'lim muassasasi tomonidan tasdiqlanadigan o'quv rejasi va o'quv jarayoni grafigi asosida belgilanish;

- o'quv jarayoni grafigida o'quvchilar bir haftada, qoida tariqasida, kamida ikki kun professional ta'lim muassasasida ta'lim dasturining



nazariy, o'quv va amaliy qismini, qolgan kunlari ishlab chiqarish bilan bog'liq amaliy qismlarini tashkilotda o'tkazishlari nazarda tutiladi.

Kadrlar borasida ehtiyojlarni aniqlash:

Tashkilotning tegishli buyrug'i asosida o'quvchilarga dual ta'lim bo'yicha tashkilotning tajribali xodimlaridan ustoz biriktiriladi.

Dual ta'lim shaklida kasblarning (mutaxassislik) murakkablik darajasidan kelib chiqqan holda, ta'lim olayotgan har 12 - 15 nafar o'quvchiga qoidaga ko'ra tashkilot tomonidan kamida bir nafar ustoz biriktiriladi. Hunarmandchilikka oid kasblar bo'yicha har 15 nafar o'quvchiga bir nafar ustoz biriktirilishiga ruxsat etiladi.

Ustozning faoliyati tashkilot mutasaddilari tomonidan nazorat qilinadi. Tashkilot tomonidan o'quvchilarga biriktiriladigan har bir ustozga to'g'ri keladigan o'quvchilar va ish o'rinlari soni texnologik jarayonlarning murakkablik darajasidan kelib chiqqan holda professional ta'lim muassasasi bilan kelishiladi.

Kadrlar tayyorlash yo'nalishini tashkil etish:

- tashkilotning malakali mutaxassislari mashg'ulotlarni o'tkazishga jalb etish:

- dual ta'lim jarayoni professional ta'lim muassasasi tomonidan tashkilot bilan kelishgan holda tasdiqlanadigan o'quv rejasi va o'quv jarayoni grafigi asosida tashkil etish;

- o'quvchilarning ta'lim jarayonining nazariy, o'quv va amaliy qismidagi ishtiroki professional ta'lim muassasasida guruh jurnallarida, ishlab chiqarish bilan bog'liq amaliy qismidagi ishtiroki tashkilotdagi o'quvchilar kundaligida qayd etib boriladi.

- o'quvchilarni baholash va yakuniy davlat attestatsiyasini o'tkazish qonunchilik hujjatlariga muvofiq amalga oshiriladi;

- tashkilotda amaliyot bazalaridan, tashkilotning moddiy-texnik bazasidan foydalanish;

- dual ta'lim vaqtida tashkilotdan shartnomaga muvofiq ish haqi olish.



O'quvchilar zimmasiga quyidagi majburiyatlar mavjud:

– tashkilot va professional ta'lim muassasasida belgilangan tartib va qoidalarga rioya qilish;

– professional ta'lim muassasasi va tashkilot o'quvchilarning ishtiroki, o'zlashtirishi, ichki tartib-qoidalarga rioya etishi kabi masalalarda ma'lumot almashinuvini yo'lga qo'yish;

– dual ta'lim jarayonida professional ta'lim muassasasi va tashkilot tomonidan berilgan vazifalarni o'z vaqtida bajarish;

– o'quvchi kundaligini o'z vaqtida yuritib borish va hisobotlarni topshirish.

– dual ta'limda tahsil olgan tayyor kadrlarning malakasini baholash.

Dual ta'limi asosida o'qitishda o'quvchilarning kognitiv qobiliyatlarini izchillik bilan rivojlantirish yordamida bilimlar va ularning ma'nosini yuzaga chiqish muhim ahamiyat kasb etmoqda. O'quvchilarda e'tirof etilish, eslab qolish, tahlillash, aks ettirish, tushunish va atrofdagi hodisalarni baholash kabi psixologik jarayonlar, shuningdek, ular haqidagi ma'lumotlarni amaliyotda qo'llash tayanch vazifasini bajaradi. Ta'lim o'zida bilish jarayonlarini ifodalab, bilimlarning uzatilishi va o'zlashtirilishini nazarda tutadi. Borliqni o'rganish, anglash o'zaro uyg'unlikda namoyon bo'lgani kabi keyingi tadqiqotlar tahlili zamonaviy fan tarmoqlarining o'zaro aloqadorligi mumkin qadar oshib borayotganligini hamda olib borilayotgan ilmiy izlanishlar borgan sari turli fanlarning birikish nuqtalarida kuzatilayotganligini ko'rsatmoqda. Kognitiv tadqiqotlar ta'lim oluvchi shaxsining quyidagi intellektual sifatlarini aniqlash va rivojlantirishni maqsad qilib qo'yadi: turli vazifalarni qo'yish va hal qilish qobiliyati; turli vaziyatlarga tezkor egiluvchan ta'sir ko'rsatish; farazlarni shakllantirish va tekshirish; atrof-muhitni o'zlashtirish; o'rganiladigan fanning tuzilishini aniqlashtirish; intellektual ko'nikmalarni egallash; o'zgaruvchan sharoitlarga



adekvat mo'ljall olish va boshqalar. Yuqoridagi tavsiflardan xulosaga kelish mumkinki, Dual ta'lim tizimi asosida o'qitish axborotlar manbasidan qat'iy nazar qaror qabul qilish, qayta ishlash va real hayot jarayonlarining faol ishtiroki hamda kognitiv psixologiya nazariyalariga tayangan holda ilg'or usul va vositalaridan unumli foydalanishni nazarda tutadi.

Adabiyotlar:

1. N. Tayloqov, B.Akbarov, A. Jalilov O'quvchilarni kasb-hunarga yo'naltirish texnologiyalari. -Toshkent: Kamalak. 2017 y. -160 b.
2. T. Djo'rayev. Yoshlarni kasb-hunarga yo'naltirish tizimini yanada rivojlantrish istiqbollari va vazifalari. J. Maktab va hayot. -205. №7.
3. A. Jalolov. Kasb qanday tanlanadi. -Toshkent, "Yangi asr avlodi" 2010 y.
4. Sh.B.Ochilov, A.A. Sharipov, R.X. Xoliqulova. Texnologiya fanini dual ta'lim tizimi asosida o'qitish metodikasi, Uzbek Scholar Journal. 2024/2. 82-82 b.
5. Sh.B. Ochilov. Texnologiya fanini o'qitishda o'quvchilarni kasb-hunarga yo'naltirishning ekologik aspektlari. Fizika, matematika va informatika jurnali. 2023 yil. 2-son. 102-109 betlar.



FERMA-EYLER TEOREMASI VA UNING TADBIQLARI

*J. U. Xujamov, M.D.Vaisova, UrDU dotsentlari
Botirova Xurshida Davronbek qizi, UrDU magistrant*

Ushbu maqolada Ferma-Eyler teoremasi va uning tub sonlar nazariyasidagi qo'llanilishlari o'rganiladi. Xususan, tub son kvadrating ikkita kvadratlar yig'indisi shaklida tasvirlash haqidagi teorema isbot qilinadi.

Kalit so'zlar. *Ferma-Eyler teoremasi, tub sonlar, kvadratik goldiqlar, kompleks butun sonlar, taqqoslamalar, Diophant tenglamalari.*

В данной статье рассматривается теорема Ферма-Эйлера и её применение в теории простых чисел. В частности, доказывается теорема о представлении квадрата простого числа в виде суммы двух квадратов

Ключевые слова. *Теорема Ферма-Эйлера, простые числа, квадратичные вычеты, целые комплексные числа, сравнения, диофантовы уравнения*

This paper explores Fermat-Euler's theorem and its applications in prime number theory. Specifically, the theorem on representing the square of a prime number as the sum of two squares is proven.

Key words. *Fermat-Euler theorem, prime numbers, quadratic residues, Gaussian integers, congruences, Diophantine equations.*

Sonlar nazariyasi matematikaning fundamental yo'nalishlaridan biri bo'lib, uning doirasida turli algebraik va analitik usullar yordamida butun sonlarning xossalari o'rganiladi. Ushbu maqolada Ferma-Eyler teoremasining isboti va uning tadbiqlari ko'rib chiqiladi. Ferma-Eyler teoremasi sonlarni ikkita kvadratlar yig'indisi shaklida tasvirlash imkoniyatlari bilan bog'liq bo'lib, bu masala tarixiy jihatdan qadimgi



matematiklardan tortib, zamonaviy algebraik usullargacha rivojlanib kelgan (q.[4]).

Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili va tadqiqot metodologiyasi.

Tub sonlarni ikkita butun sonlar kvadratlari yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkinligi birinchi marta 1632 yilda Albert Jirard ishlarida topilgan. Fransuz olimi P'er Ferma M.Mersennga 1640 yilda yozgan maktubida bu teoremani isbotlaganligini e'lon qiladi, ammo isbot keltirmaydi. 20 yil o'tgach, u P.Karkaviga yozgan maktubida (1659 yil) foydalangan isbot usuliga ishora qiladi. Teoremaning Ferma usulidan foydalangan holda birinchi isboti L.Eyler tomonidan 1742-1747 yillarda nashr qilingan. Shuning uchun bu teorema Ferma-Eyler teoremasi deb yuritiladi. Keyinchalik, boshqa g'oyalarga asoslangan isbotlar turli davr matematiklari J. Lagranj, K. Gauss, R. Dedekind, G.Minkovskiy, E.Yakobstal va D. Zagierlar tomonidan keltiriladi (q.[3]).

Tahlil va natijalar. Biz bu maqolada Ferma-Eyler teoremasining kompleks sonlar maydonidagi tub sonlarning xossalaridan foydalanilgan isbotini keltiramiz.

1-tarif. *Kompleks butun sonlar deb $a + bi$, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$ ko'rinishidagi sonlarga aytiladi, bu yerda $\mathbb{Z}$ – odatdagi haqiqiy butun sonlar to'plami.*

K.Gauss kompleks butun sonlar uchun sonni ko'paytuvchilarga yoyish nazariyasini qurish mumkinligini ko'rsatgan (q.[1]). Bu nazariyadagi tushunchalar haqiqiy sonlar to'plamidagi kabi kiritiladi.

Agar $a + bi$ sonini $c + di$ songa bo'lganda kompleks butun son hosil bo'lsa, $c + di$ son $a + bi$ sonning bo'luvchisi deyiladi. Kompleks butun sonlar to'plamida $+1, -1, +i, -i$ birlik elementar deb ataladi. Agar ikkita A va B kompleks butun sonlar uchun birlik elementardan farqli C kompleks butun son topilib, bu son A va B larning bir vaqtda bo'luvchisi bo'lsa, C son umumiy bo'luvchi deyiladi. Agar shunday C son mavjud bo'lmasa A va B sonlar o'zaro tub deyiladi.



Kompleks sonlar to'plamida tub son tushunchasini ham datdagidek kiritish mumkin.

2-ta'rif. Agar birlardan farqli A son faqat o'ziga va 4 ta birlik songa bo'linsa, bunday songa tub son deyiladi.

Odatda haqiqiy butun sonlar to'plami kompleks butun sonlar to'plamining qismi bo'ladi. Agar biror odatdagi butun son kompleks butun sonlar to'plamida tub bo'lsa, u albatta haqiqiy butun sonlar to'plamida ham tub son bo'ladi. Lekin har qanday odatdagi tub son kompleks butun sonlar to'plamida tub emas. Masalan 5 soni odatdagi tub son, lekin

$$5 = (1 + 2i)(1 - 2i)$$

yoyilmadan ko'rinadiki, u kompleks butun sonlar to'plamida tub son bo'la olmaydi.

1-tasdiq. Agar n haqiqiy son biror $a + bi$ songa bo'linsa, u $a - bi$ songa ham bo'linadi.

Haqiqatan $n = n + 0 \cdot i = (a + bi)(c + di)$ bo'lsa, $n = n - 0 \cdot i = (a - bi)(c - di)$ tenglik ham o'rinli bo'ladi.

Kompleks butun sonlar nazariyasida ham quyidagi teorema o'rinli (q.[1]):

1-teorema. Har qanday kompleks butun son tub ko'paytuvchilarga ajraladi.

2-tasdiq. Agar haqiqiy n butun soni haqiqiy, o'zaro tub a va b sonlardan tuzilgan $a + bi$ kompleks songa qoldiqsiz bo'linsa, u holda n soni $a^2 + b^2$ ga bo'linadi.

3-tasdiq. Agar $a^2 + b^2$ ko'rinishidagi sonlar, bu yerda a va b o'zaro tub haqiqiy butun sonlar, biror haqiqiy butun tub p songa bo'linsa, u holda p soni kompleks butun sonlar to'plamida tub son bo'la olmaydi.

Endi taqqoslamalar haqida ma'lumot keltiramiz. Eslatib o'tamizki, agar a va b butun sonlari, p natural son uchun a va b sonlarining



p ga bo'lgandagi qoldiqlari teng bo'lsa, a va b sonlar p modul bo'yicha taqqoslanuvchi deyiladi hamda $a \equiv b(\text{mod } p)$ kabi belgilanadi. Taqqoslamalar sonlar nazariyasining eng ko'p tadbqiqqa ega bo'limi bo'lib, Fermaning kichik teoremasi deb ataluvchi quyidagi teorema ancha mashhur teorema hisoblanadi (q. [2],[3]): *agar a soni p tub songa bo'linmaydigan butun son bo'lsa, u holda $a^{p-1} - 1$ soni p ga bo'linadi.*

3-ta'rif (q.[5]). Agar $x^2 \equiv d(\text{mod } p)$ taqqoslama yechimga ega bo'lsa, u holda d soniga kvadratik chegirma deyiladi. Agar d soni uchun bu taqqoslama mavjud bo'lmasa, bu son p modul bo'yicha kvadratik chegirma emas deyiladi.

2-teorema (q.[1]). p tub toq son bo'lsin. d soni p modul bo'yicha kvadratik chegirma bo'lishi uchun $d^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(\text{mod } p)$ taqqoslama

bajarilishi, kvadratik chegirma bo'lmasligi uchun $d^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1(\text{mod } p)$ ning bajarilishi zarur va yetarli.

1-natija. -1 soni p tub toq son moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'lishi uchun $p = 4n + 1, n \in \mathbb{N}$ ko'rinishga ega bo'lishi zarur va yetarli. Teskarisi, -1 soni p tub toq son moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'lmasligi uchun $p = 4n + 3$ ko'rinishda bo'lishi zarur va yetarli.

Haqiqatan ham, har qanday p toq son $4n + 1$ yoki $4n + 3$ ko'rinishda tasvirlanadi. Bu holda

$$\left(-1\right)^{\frac{4n+1-1}{2}} \equiv +1(\text{mod } p)$$

$$\left(-1\right)^{\frac{4n+3-1}{2}} \equiv -1(\text{mod } p)$$

Buni boshqacha talqin qilsak: agar $p = 4n + 1$ bo'lsa, shunday x soni topiladiki, $x^2 + 1$ soni p ga bo'linadi, agar $p = 4n + 3$ bo'lsa,

u holda p soni $x^2 + 1$ ning bo'luvchisi bo'la olmaydi.

2-natija. a va b o'zaro tub sonlardan tuzilgan $a^2 + b^2$ ko'rinishdagi sonlar faqat $4n + 1$ ko'rinishdagi tub ko'paytuvchilarga ega.

Endi kompleks butun sonlarning bu bo'linish xossalaridan foydalanib quyidagi teoremani isbotlash mumkin.

3-teorema (Ferma- Eyler) (q.[3]). *Istalgan $p = 4n + 1$, $n \in \mathbb{N}$ ko'rinishdagi tub son ikkita natural sonlarning kvadratlar yig'indisi ko'rinishida yagona tarzda tasvirlanadi.*

Isbot. Yuqorida ko'rib o'tilgan 2-natijaga ko'ra har qanday $4n + 1$ ko'rinishdagi tub son (odatdagi butun sonlar to'plamida) biror $x^2 + 1$ ning bo'luvchisi bo'ladi. Bu ko'rinishdagi sonlar kompleks tekislikda ko'paytuvchilarga ajraladi. $a + bi$ odatdagi butun sonlar to'plamida tub bo'lgan $p = 4n + 1$ sonining tub ko'paytuvchisi bo'lsin. U holda 1-tasdiqqa ko'ra p soni $a^2 + b^2$ haqiqiy songa bo'linadi, p tub son ekanligidan $p = a^2 + b^2$ tenglikka ega bo'lamiz. Shunday qilib, $4n + 1$ ko'rinishdagi har qanday tub son ikkita butun haqiqiy sonlar kvadratlarining yig'indisi ko'rinishida tasvirlanadi. Endi p ni necha xil usulda kvadratlar yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkinligini ko'ramiz.

$$p = a^2 + b^2 = a_1^2 + b_1^2$$

bo'lsin.

$$p = (a + bi)(a - bi) = (a_1 + b_1i)(a_1 - b_1i)$$

Kompleks sonlarni tub ko'paytuvchilarga yoyishning yagonaligidan $a + bi$ soni $a_1 + b_1i$ sonidan yoki $a_1 - b_1i$ sonidan ± 1 yoki $\pm i$ ko'paytuvchilar bilan farq qiladi. Mumkin bo'lgan barcha holatlarni quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} p &= a^2 + b^2 = (-a)^2 + (-b)^2 = b^2 + a^2 = (-b)^2 + (-a)^2 = \\ &= (-a)^2 + b^2 = a^2 + (-b)^2 = (-b)^2 + a^2 = b^2 + (-a)^2 \quad (1) \end{aligned}$$



a va b sonlarning ishoralari va ko'paytuvchilar tartibini etiborga olmasak, P yagona usulda kvadratlar yig'indisi ko'rinishida tasvirlanishiga ega bo'lamiz. Teorema isbotlandi.

Endi bu natijani har qanday $4n + 3$ ko'rinishidagi butun sonni ikkita butun sonlar kvadratlari yig'indisi ko'rinishida tasvirlab bo'lmaydi (q.[3]) degan tasdiq bilan birlashtirib tub sonlarni kvadratlar yig'indisi shaklida ifodalash haqidagi yakuniy xulosani olamiz.

Endi Eyler-Ferma teoremasi tadbqiqiga doir quyidagi teoremlarni qaraymiz.

4-teorema. Istalgan p ($p \equiv 1(\text{mod } 4)$, $p \geq 3$) tub soni uchun

$$x^2 + y^2 = p^2 \quad (2)$$

tenglama sakkizta butun yechimga ega.

Isbot: Bu tenglamada x va y sonlaridan birortasi toq son bo'lsin, faraz qilaylik, x – toq son. U holda y sonining juftligidan $y^2 = p^2 - x^2 = (p - x)(p + x)$ tenglikdan $p - x$ va $p + x$ sonlarining har biri 2ga bo'linishi kerakligi kelib chiqadi. Agar $EKUB(p - x, p + x) = 2d$ bo'lsa, $p - x = 2da$, $p + x = 2db$ tengliklarni olamiz, bu yerda $EKUB(a, b) = 1$. Bu sistemadan $p = d(a + b)$, $x = d(b - a)$ tengliklarni olamiz. Bundan x sonining d soniga bo'linishi kelib chiqadi. $y^2 = 4d^2ab$ tenglikdan $a = u^2$ va $b = v^2$, ($u \in \mathbb{N}$, $v \in \mathbb{N}$, $EKUB(u, v) = 1$) ni qanoatlantiruvchi u va v sonlari topiladi. Bundan esa $y = 2duv$ ni hosil qilamiz. $EKUB(u, v) = 1$ munosabatdan $d = 1$ ekanini topamiz. Demak, (2) tenglamaning butun yechimi

$$y = 2uv, \quad x = v^2 - u^2, \quad p = u^2 + v^2 \quad (3)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Agar p tub soni ikkita kvadratlar yig'indisi ko'rinishda tasvirlansa, (3) sistema orqali (2) tenglamaning yechimlarini

topish mumkin, ya'ni (2) tenglama $p = m^2 + n^2$ tenglama yechimga ega bo'lgan holdagina yechimga ega bo'ladi. Ferma-Eyler teoremasiga ko'ra $p = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$ bo'lganda $p = m^2 + n^2$ yoyilma hamisha mavjud. $p = 4k + 3$ bo'lganda p tub son ikkita kvadratlar yig'indisi ko'rinishida tasvirlanmaydi. Demak, $p = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$ bo'lganda $x^2 + y^2 = p^2$ tenglama yechimga ega. $p = m^2 + n^2$ yoyilmaning (1) tasviridan foydalanib va (3) tengliklarga asosan, agar (x_0, y_0) juftlik $x^2 + y^2 = p^2$ tenglamaning yechimi bo'lsa, u holda

$$(-x_0, y_0), (-x_0, -y_0), (x_0, y_0), (x_0, -y_0), (-y_0, x_0), (-y_0, -x_0), (y_0, -x_0)$$

sonlar ham yechim bo'lishini topamiz. Shunday qilib, (2) tenglama $p = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$ ko'rinishdagi tub sonlar uchun sakkizta butun yechimlarga ega bo'ladi.

5-teorema. Istalgan p ($p \equiv 1 \pmod{4}$) tub soni va ixtiyoriy $n \in \mathbb{N}$ son uchun

$$x^2 + y^2 = p^n \quad (4)$$

tenglama kamida sakkizta butun yechimga ega.

Isbot. Bu teoremani isbot jarayonini matematik induksiya orqali amalga oshiramiz. $n = 1$ holda Ferma-Eyler teoremasiga (3-teorema) ko'ra istalgan $p, p \equiv 1 \pmod{4}$ tub soni uchun $x^2 + y^2 = p$ tenglama sakkizta butun yechimga ega. Bu tenglamaning biror yechimini x_0 va y_0 bilan belgilaymiz.

Endi qolgan hollarda yechimni rekursiv formula va matematik induksiya yordamida izlaymiz, ya'ni $x^2 + y^2 = p^n$ tenglama yechimini

$$\begin{cases} x_n = x_0 x_{n-1} - y_0 y_{n-1} \\ y_n = x_0 y_{n-1} + y_0 x_{n-1} \end{cases} \quad (5)$$

sistema orqali izlaymiz.



$n = 2$ holda 4-teoremaga muvofiq $x^2 + y^2 = p^2$ tenglama p ($p \equiv 1 \pmod{4}$) tub soni uchun sakkizta butun yechimga ega. (5)

sistema orqali $\begin{cases} x_1 = x_0^2 - y_0^2 \\ y_1 = 2x_0y_0 \end{cases}$ ko'rinishda aniqlangan x_1 va y_1 sonlar $x^2 + y^2 = p^2$ tenglamaning biror yechimini ifodalashini ko'rsatamiz. Haqiqatan ham,

$$x_1^2 + y_1^2 = (x_0^2 - y_0^2)^2 + (2x_0y_0)^2 = (x_0^2 + y_0^2)^2 = p^2 \quad \text{tenglik}$$

o'rinni. Bu esa haqiqatan (x_1, y_1) juftlik $x^2 + y^2 = p^2$ tenglamaning yechimi bo'lishini bildiradi.

Endi faraz qilaylik, $p = 4k + 1$, $k \in \mathbb{N}$ ko'rinishdagi tub sonlar uchun $x^2 + y^2 = p^{n-1}$ tenglamaning biror (x_{n-1}, y_{n-1}) yechimi (5)

sistema orqali topilgan bo'lsin. $\begin{cases} x_n = x_0x_{n-1} - y_0y_{n-1} \\ y_n = x_0y_{n-1} + y_0x_{n-1} \end{cases}$ sistemadan

(x_n, y_n) juftlikni topib, ular uchun

$$x_n^2 + y_n^2 = (x_0^2 + y_0^2)(x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2) = p \cdot p^{n-1} = p^n$$

tenglikni hosil qilamiz.

Demak (5) sistema orqali topilgan (x_n, y_n) juftlik $x_n^2 + y_n^2 = p^n$ tenglamaning butun yechimi bo'ladi. Bu esa $x^2 + y^2 = p^n$ tenglama istalgan $n \in \mathbb{N}$ da $p = 4k + 1$, $k \in \mathbb{N}$ ko'rinishdagi tub sonlar uchun yechimga egaligini isbotlaydi. $x^2 + y^2 = p^{n-1}$ tenglama kamida sakkizta butun yechimga egaligini inobatga olsak, (4) tenglamaning ham kamida sakkizta butun yechimga ega bo'lishi kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

Xulosa. Ushbu ishda istalgan p ($p \equiv 1(\text{mod } 4)$) shartni qanoatlantiruvchi tub sonlar va ixtiyoriy natural n uchun $x^2 + y^2 = p^n$ tenglamasining kamida sakkizta butun yechimga egaligi isbotlandi. Isbot matematik induksiya usuli va rekursiv formulalar asosida qurilgan bo'lib, dastlabki hollarda Ferma-Eyler teoremasidan foydalanildi. Keyinchalik, har bir bosqichda avvalgi natijalar asosida yangi yechimlar hosil qilinib, umumiy hollar uchun teoremaning o'rinli ekani ko'rsatildi. Natijalar butun sonlarning kvadratlar yig'indisi sifatida ifodalanish xossalariga doir fundamental matematik mulohazalarni mustahkamlashga xizmat qiladi.

Adabiyotlar:

- [1] Л.Г. Шнирельман. Простые числа. Москва, 1940 г.
- [2] Ketheth. H. Rosen. Elementary Number theory and its applications. Addison Wesley Publishing Company, 1986 y.
- [3] Сендеров В., Спивак А. Суммы квадратов и целые гауссовы числа. «Квант», №3, 1999 г.
- [4] Е.П. Гринько, А.Г. Головач. Методы решения диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам. Учебно-методическое пособие. Брест БрГУ имени А.С. Пушкина, 2013 г.
- [5] Sh. A. Ayupov va boshqalar. Algebra va sonlar nazariyasi. "Tafakkur bo'stoni", Toshkent, 2019 y.



INFORMATIKA VA AXBOROT TEXNOLIGIYALARI DARSLARIDA ELEKTRON TA'LIM RESURSLARIDAN FOYDALANISH METODIKASI

*Sh.A.Egamqulov, Jizzax viloyati pedagoglarni yangi
metodikalarga o'rgatish milliy markazi*

Ushbu maqolada dars mashg'ulotlarida o'quvchining shaxs sifatida rivojlanishi, shakllanishi, bilim olishi va tarbiyalanishida elektron ta'lim resurslarining vazifalari nazariy va amaliy asoslari yoritilgan.

Kalit so'zlar. *innovatsion va axborot texnologiyalari, ta'lim samaradorligi, elektron ta'lim resurslari, pedagogik jarayon, zamonaviy bilimlar, interaktiv ta'lim, zamonaviy dasturlash tillari.*

В данной статье описаны теоретические и практические основы задач электронных образовательных ресурсов в развитии, формировании, обучении и воспитании ученика как личности в процессе уроков.

Ключевые слова. *инновационные и информационные технологии, эффективность обучения, электронные образовательные ресурсы, педагогический процесс, современные знания, интерактивное обучение, современные языки программирования.*

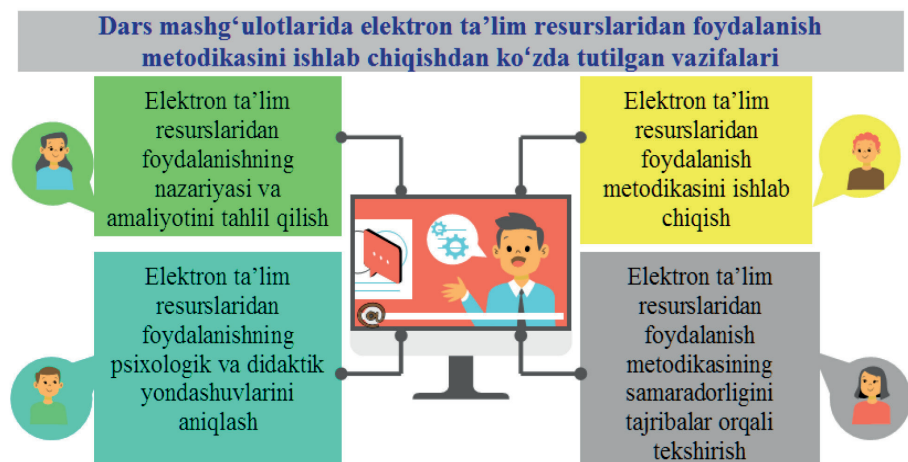
This article describes the theoretical and practical basis of the tasks of electronic educational resources in the development, formation, learning and upbringing of the student as a person during the lessons.

Keywords. *innovative and information technologies, educational efficiency, electronic educational resources, pedagogical process, modern knowledge, interactive education, modern programming languages.*

Bugungi kunda ta'lim jarayonida jadal suratlar bilan rivojlanib borayotgan innovatsion va axborot texnologiyalaridan foydalanib,



ta'limning samaradorligini ko'tarishga bo'lgan qiziqish, e'tibor kundan-kunga ortib bormoqda. Elektron ta'lim resurslari qo'llanilgan dars mashg'ulotlarida o'quvchilar bilimlarni o'zlari qidirib topishlariga, mustaqil o'rganib, tahlil qilishlariga, xatto xulosalarni ham o'zlari keltirib chiqarishlariga qaratilgan. Bu jarayonda o'quvchining shaxs sifatida rivojlanishi, shakllanishi, bilim olishi va tarbiyalanishiga sharoit yaratadi, shu bilan bir qatorda, boshqaruvchilik, yo'naltiruvchilik vazifasini bajaradi.



Ta'lim tizimini isloh qilish kelajakda o'qituvchilik kasbini egallaydigan yangi avlodni yuqori kasbiy madaniyat, ijodiy va ijtimoiy faollik, ijtimoiy-siyosiy hayotda mustaqil qatnasha olish qobiliyatlarini shakllantirishga yo'naltirilgan. Mazkur vazifalarni bajarishda elektron ta'lim resurslarining ahamiyati o'ta salmoqlikdir. Elektron ta'lim resurslarini o'rganish, amalda qo'llash ta'lim-tarbiya sifatini oshirish talabidan kelib chiqadi. Elektron ta'lim resurslarining mohiyati-ta'lim jarayonini jadallashtirish, o'quvchilarning o'zlashtirishi hamda uning natijalari suratini tezlashtirishi, ijobiy natijalarga erishishni kafolatlashga qaratilgan pedagogik jarayonni anglatadi. [2]

Hozirgi zamonda ilmiy fikrlashning, hamda ilmiy texnika o'sishi keskin va intensiv ro'y bermoqda. Shundan kelib chiqqan holda o'qituvchilar zamonaviy bilimlar bilan hamnafas bo'lishlari shart va zarurdir.

Dars mashg'ulotlarida elektron ta'lim resurslaridan foydalanish o'qituvchi va o'quvchilar uchun interaktiv ta'lim bilan bog'liq bo'lgan yangidan-yangi o'ziga xos qulayliklar yaratadi. O'qituvchi uchun yaratilgan elektron ta'lim resurslari uchun zamonaviy dasturlash tillarini bilgan holda, ularni o'quvchilar tomonidan qiziqish bilan qabul qilinishiga erishimiz zarur. Elektron ta'lim resurslarini o'qitish vositalari proyektor, elektron doskalar bilan operativ qo'shilishi, ko'rgazmali qurollardan foydalanib ma'lumot berish hajmini oshiradi va bu bilan o'qituvchi uchun dars vaqtidan unumli foydalanishga imkoniyat yaratadi. [3]

Ta'limda o'qitishning sifatini oshirish vazifasi elektron ta'lim resurslaridan qanday foydalanishga bog'liq bo'lmoqda. Elektron ta'lim resurslarida o'quvchi doimiy ravishda izlanish va harakatda bo'lishi lozim, ya'ni berilgan ma'lumotlarni olishi, qayta ishlashi va olgan bilimlarni aniq masalalar yechishda qo'llashi lozim. O'qitishning ma'ruza, amaliyot, laboratoriya va mustaqil ta'lim shakllarida elektron ta'lim resurslarining qo'llanilishi tezlik bilan o'z samarasini beradi. Masalan laboratoriya darslarida virtual stendlarning qo'llanilishining o'zi albatta mashg'ulotning sifatli tashkil etilishiga asos bo'ladi.

Tadqiqot metodologiyasi. Dars mashg'ulotlarida elektron ta'lim resurslarni samarali qo'llash, o'quvchilarga bilim berish sifatini oshirish, uning mazmun-mohiyatini takomillashtirish, ta'limni zamonaviy talablar darajasida tashkil etish, ta'lim muassasalarida ta'lim samaradorligini oshirish maqsadida ta'lim-tarbiya jarayoniga elektron ta'lim resurslarni joriy etish, ularda interfaol usul va vositalardan foydalanish ko'zda tutilgan. Shu sababli, bugungi kunda ta'lim muassasalarida faoliyat yuritayotgan fan o'qituvchilari oldida quyidagi muhim vazifalar turadi:



- o'quvchilarning mustaqil bilim olishi,
- o'rganish qobiliyatlarini shakllantirish va rivojlantirish,
- fanning o'rni va ahamiyatini oshirish,
- mashg'ulotlarini elektron ta'lim resurslar asosida tashkil etish va o'tkazish,
- o'quvchilarning faolligini oshirish,
- o'zlashtirish darajalarini rivojlantirishga yo'naltirilgan elektron ta'lim resurslarni qo'llash,
- ta'lim jarayonida elektron ta'lim resurslardan samarali foydalanish.

Tahlil va natijalar. Yuqorida sanab o'tilgan vazifalardan ko'rinib turibdiki, o'quvchilarni mustaqil bilim olishiga yo'naltirilgan texnologiyalardan foydalanishga o'rgatish va doimiy ravishda faolligini oshirib borish lozim. O'qish jarayonida elektron ta'lim resurslardan foydalangan holda ta'lim jarayonini tashkil qilish ta'lim samaradorligiga ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

Elektron ta'lim resurslaridan o'quv jarayonida to'liq foydalanish natijasida quyidagilarga erishiladi

Xotiraga qabul qiladilar, anglaydilar, yig'adilar, biroq xatosiz, ongli ravishda qayta tiklamaydilar

Bevosita o'qituvchi hamkorligida tahlil qiladilar, taqqoslaydilar, umumlashtiradilar, namuna bo'yicha amaliy harakatlarni bajaradilar



Muammolarni yechish jarayonida mustaqil izlanadilar, kutilayotgan natijaga erishishning yo'l va vositalarini mustaqil ravishda aniqlaydilar

Elektron ta'lim resurslari qo'llanilgan darslarda o'quvchi va o'qituvchi o'rtasidagi pedagogik hamkorlik o'quvchini dars davomida

befarq bo'lmalikka, mustaqil fikrlashga, ijodiy izlanishga olib keladi, fanga bo'lgan qiziqishlari doimiyligini ta'minlaydi

Ta'lim tizimida yil sayin rivojlanib borayotgan axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, ta'lim jarayonini sifat va mazmun jihatdan yanada yuqori bosqichga ko'tarishga xizmat qilmoqda. Bunda albatta, ta'lim jarayonini mazmunli tashkil etish uchun zamonaviy texnik vositalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Shuningdek, kompyuter, multimedia, internet, masofali o'qitish, yagona axborot muhiti va axborot kommunikatsion texnologiyalarning zamonaviy vositalaridan foydalanish o'zining yaqqol samarasini bermoqda. [5]

Bugungi kun yoshlari uchun yaratiladigan elektron ta'lim resurslariga talab ham ancha murakkab. Ta'lim resurslari har tomonlama mukammal, zamonaviy, yoshlar e'tiborini tortadigan va yangiliklar bilan boyita oladigan bo'lishi kerak. Shuning uchun yangi dasturlash tillaridan foydalanilsa maqsadga muvofiq bo'lar edi.

Xulosa va takliflar. Ta'lim tizimida elektron ta'lim resurslaridan kutilgan maqsad, uning afzalliklari, darsning samaradorligini oshirish tamoyillarida namoyon bo'ladi. Zamonaviy dasturlash tillaridan foydalanib yaratilgan elektron ta'lim resurslarini tarmoqqa joylashtirish orqali, o'quvchilarni bilim boyligi oshiriladi, esda qolishi kuchayadi, darslar qiziqarli tashkil etiladi, tafakkurni rivojlantiradi, dunyoqarashni kengaytiradi, o'quvchilarni o'z ustida ishlashga da'vat etadi, o'z shaxsiy fikrini bayon qilish va uni himoya qilishga o'rgatadi.

Fan bo'yicha tayyorlangan elektron ta'lim resurslari o'quvchilar bilimini takomillashtirishda, baholashda, o'quv jarayonini boshqarishda keng qo'llaniladi.

Tahlillar shuni ko'rsatadiki, olib borilgan tadqiqotlar, asosan, ta'lim muassasalarida elektron ta'lim resurslaridan foydalanishni takomillashtirish, o'quvchilarning innovatsion salohiyatini rivojlantirishga oid bo'lib, ularda mustaqil ijodiy faoliyatni rivojlantirishga yo'naltirilgan o'quv jarayonining didaktik ta'minotini



ishlab chiqish va joriy etishga kam e'tibor qaratilgan. Bu esa, o'quvchilarda mustaqil fikrlash qobiliyatini rivojlantirish jarayonida elektron ta'lim resurslaridan foydalana olish ko'nikmasini shakllantirish masalasini atroflicha tadqiq etishni taqozo etadi.

Xulosa qilib aytganda, elektron ta'lim resurslari orqali tashkil etilgan dars mashg'ulotlari o'qitishning barcha shakllarida yuqori sifat va samarani kafolatlaydi.

Adabiyotlar:

1. Hamidov, J. A. "Technology of creation and application of modern didactic means of teaching in the training of future teachers of vocational education." Ped. fan. doct. diss. avtoref Toshkent (2017).
2. Khamidov, J. A. "Main Components of information Culture in Professional Teacher education in Informatization of Society." Eastern European Scientific Journal 1 (2016): 103-107.
3. Sh.A.Egamkulov L.A.Egamkulov. Pedagogical basis of using the electronic educational application in the learning process. A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal. June-2020. Research for Revolution. ISSN № 2581-4230. Impact Factor-5.785
4. Sh.A.Egamkulov. J.Mardonqulov. Elektron va multimediali resurslar asosida o'quv jarayonini tashkil qilish. Jizzax politexnika instituti. "Xotin-qizlarning fan, ta'lim, madaniyat va inovasion texnologiyalarni rivojlantirish sohasidagi yutuqlari" mavzusidagi Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya. 2019-yil 17-18-may
5. Sh.A.Egamkulov. Pedagogical and psychological basics of using electronic literature in the learning process. "International Journal for Innovative Engineering and Management Research. A Peer Reviewed Open Access International Jurnal. ISSN 2456-5083. Impact Factor 7.011. Vol-09, Issue-11 Nov-2020. www.ijiemr.org



FMI jurnalining Aziz muxlislari! Ushbu «Masalalar bo'limi» jurnal tashkil qilingandan buyon faoliyat ko'rsatib keladi.

Bu yerda berilgan masalalarni yechib tahririyatga yuboring.

Xat mualliflarining ismi jurnal sahifalarida e'lon qilinadi.

Shuningdek, o'zingizga manzur bo'lgan va boshqalar uchun ham qiziqarli bo'lishi kutilgan misol va masalalarni to'plab, tanlab yuboring. Ism va familiyangiz bilan jurnalda berib boramiz.

Bu ishga iqtidorli o'quvchilar bilan shug'ullanayotgan ustoz muallimlar va matematika to'garagi rahbarlarini jalb qilamiz.

Xat va masalalaringizni quyidagi manzilga yuboring:

Toshkent shahr, Shayxontoxur tumani Ziyo ko'chasi 6 - uy.

T.N.Qori Niyoziy nomidagi Tarbiya pedagogikasi milliy instituti FMI jurnali.

Agar yangi masalalar tuzib yuborsangiz unga alohida e'tibor beriladi. Jurnalimiz haqidagi har qanday taklif va fikr mulohazalaringizni mamnuniyat bilan qabul qilamiz.

Masalalar bo'limida qanday tipdagi masalalar bo'lishini xohlaysiz? Xatlaringizni kutamiz!!!

OLIMPIADA MASALALARI

M.66. Shunday to'rt xonali son toping-ki, bu son biror sonning kvadratiga teng bo'lib, uning birinchi ikkita raqami bir hil, keyingi ikkita raqami ham bir hil bo'lsin.

M.67. Tenglamni haqiqiy sonlardan iborat ildizlarini toping

$$\begin{cases} \frac{2a^2}{1+a^2} = b \\ \frac{2b^2}{1+b^2} = c \\ \frac{2c^2}{1+c^2} = a \end{cases}$$



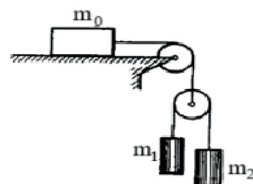
M.68. $(x^2 - x + 1)^2 + (y^2 + y + 1)^4 = 2025$ tenglamani butun sonlarda yeching

M.69. a , b va c uchburchakning tomonlari P shu uchburchakning perimetri orasidagi quydagi tengsizlikni isbotlang.

$$a^3 + b^3 + c^3 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2P$$

M.70. Agar $\overline{abcde} - \overline{ebcda} = 69663$, $\overline{bcd} - \overline{dcb} = 792$ va $\overline{bc} - \overline{cb} = 72$ bo'lsa, u holda $\overline{abcde}$ ni toping .

F.61. 1-rasmda massalari m_0 , m_1 , va m_2 bo'lgan yuklar yordamida tuzilgan sistema berilgan. Bloklar massasini va ishqalanish hisobga olmas darajada kichik. m_1 massasi jism tezlanishini aniqlang.



1-rasm

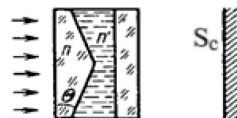
F.62. Adiabatik ko'rsatkichi γ bo'lgan bir mol ideal gazning hajmi $V = \alpha / T$ qunun bo'yicha o'zgaradi. bu yerda α o'zgaras kattalik. Bu gazning haroratini ΔT ga o'tirishda, gaz oladigan issiqlik miqdorini toping.

F.63. 2-rasmda ko'rsatilgan shakl bo'yicha $I=5$ A tok oqmoqda. Bu yerda $R=120$ mm, $2\varphi = 90^\circ$ bo'lsa O nuqtadagi magnit maydon induksiyasini aniqlang.



2-rasm

F.64. Frenel "biprizma"sidan nuqtaviy yorug'lik manbaigacha va ekrangacha bo'lgan masofalar mos ravishda $a=25$ cm va $b=100$ cm ga teng. Biprizmaning sindirish burchagi $\theta = 20'$ ga teng. Agarda ekranda hosil bo'layotgan difraksiyon palasa qalinligi $\Delta x = 0,55$ mm bo'lsa, yorug'lik nurining to'liq uzunligini aniqlang 3-rasm.



3-rasm



F.65. $t=0$ vaqtdan boshlab zarra x o'qi bo'ylab tebrana boshladi. Uning tezlik tenglamasi $\mathcal{V}_x = 35 \cos \pi t \text{ cm/s}$ ga teng. Bu nuqta $t=2,8$ s o'tgach boshlang'ich nuqtasidan qancha masofaga uzoqlashadi.

I.66. Python dasturlash tilida Matnda Ma'lum Bir So'zni Qidirish uchun dastur tuzing.

I.67. Python dasturlash tilida Berilgan Satrni Teskari Yozish dasturini tuzing.

I.68. Pythonda Matndagi Eng Ko'p Takrorlangan So'zni Topish dasturini tuzing.

I.69 Python dasturlash tilida kiritilgan son tub yoki tub emasligini aniqlaydigan dastur tuzing.

I.70. So'zlarni Alifbo Tartibida Saralash dasturini python dasturlash tilida tuzing.

Javoblar:

M.61. Aytaylik, $p_1 \neq p_2$ bo'lsin. U holda $x^2 + p_1x - 1 = 0$ va $x^2 + p_2x - 1 = 0$ tenglamalardan birining ildizlari bilan chegaralangan oraliqda ikkinchi tenglamaning aniq bitta ildizi mavjudligini isbotlang.

Yechish. Birinchi tenglamaning ildizi quyidagi ko'rinishga ega: $x_1 = \alpha, x_2 = -\frac{1}{\alpha} \ (\alpha > 0)$; ikkinchisidiki esa:

$x'_1 = \beta, x'_2 = -\frac{1}{\beta} \ (\beta > 0)$, shuningdek $\alpha \neq \beta$. Agar $\alpha > \beta$ bo'lsa, u holda $x_1 > x'_1 > 0 > x_2 > x'_2$; agar $\alpha < \beta$ bo'lsa, u holda $x'_1 > x_1 > 0 > x'_2 > x_2$.

M.62. 3^n ta 1 bilan yozilgan son 3^n ga qoldiqsiz bo'linishini isbotlang.



Yechish. 3^n ta 1 bilan yozilgan sonni K_n bilan belgilaylik, u holda $K_{n+1} = A_n K_n$, bu yerda $A_n = 1 + 10^{3^n} + 10^{2 \cdot 3^n}$. A_n sonning yozilishida faqat uchta 1, qolgan raqamlari 0 ga teng. Shu sababli A_n soni 3 ga karrali. Endi matematik induksiya bo'yicha K_n son 3^n ga karrali deb faraz qilib, K_{n+1} ning $3 \cdot 3^n = 3^{n+1}$ ga karrali ekanini ko'rsatish yetarli.

M.63. $20242025 + 20242024 \times 20242025 \times 20242026$ soni butun sonning kubi ekanini isbotlang.

Yechish. $a = 20242025$ bo'lsin. U holda berilgan ifoda quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: $a + (a - 1)a(a + 1) = a^3$.

M.64. Ixtiyoriy x va y uchun $f(x^2 + y) = f(x) + f(y^2)$ shartni qanoatlantiruvchi barcha $f: R \rightarrow R$ funksiyalarni toping.

Yechish. $x = y = 0$ bo'lganda $f(0 + 0) = f(0) + f(0)$ bundan $f(0) = 0$. $y = 0$ bo'lganda $f(x^2) = f(x) + f(0) = f(x)$.

$y = -x^2$ bo'lganda:

$$f(0) = f(x^2 - x^2) = f(x) + f(x^4) = f(x) + f((x^2)^2) = f(x) + f(x^2) = f(x) + f(x) = 2f(x),$$

bundan $2f(x) = 0$, demak, ixtiyoriy x da $f(x) = 0$.

Javob: $f(x) = 0$.

M.65. Aytaylik, ABC tomoni 1 ga teng muntazam uchburchak, $A_1B_1C_1$ esa ABC uchburchakning fazodagi proyeksiyasi bo'lsin. $A_1B_1 < \frac{\sqrt{3}}{2}$, $A_1C_1 < \frac{1}{2}$ ekani ma'lum bo'lsa, ABC va $A_1B_1C_1$ tekisliklar orasidagi burchak 60° dan katta ekanini isbotlang.



Yechish. ABC va $A_1B_1C_1$ tekisliklar orasidagi burchak φ bo'lsin.

$$\text{U holda } \cos\varphi = \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}.$$

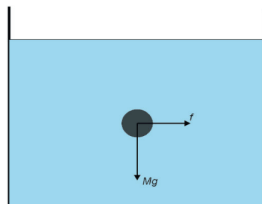
Bunda

$$S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} A_1B_1 \cdot A_1C_1 \cdot \sin\angle B_1A_1C_1 < \frac{1}{2} A_1B_1 \cdot A_1C_1 < \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\text{va } S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ekanini e'tiborga olsak, } \cos\varphi = \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} < \frac{\frac{\sqrt{3}}{8}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{2},$$

demak, $\varphi > 60^\circ$.

F.56. Massa m va hajm V bo'lgan sharcha yerning tortish maydonida zichligi ρ bo'lgan suyuqlikda doimiy U tezlik bilan tushishmoqda. Suyuqlikning qarshilik kuchi shar harakati tezligining kvadratiga to'g'ri proporsional. Sharga qo'shimcha gorizontaal yo'nalishda f kuch ta'sir qila boshladi. Kuchlar muvozanatlashgandan so'ng shar tezligining vertikal tashkil etuvchisi U_1 qancha bo'ladi?



Sharchaga kuch ta'sir qilishidan avvalgi holat uchun $(m - \rho V)g = kv^2$ tenglik o'rinli bo'ladi. Gorizontaal yo'nalishda f kuch ta'sir qilgandan so'ng esa qarshilik kuchining qiymati ham o'zgaradi. Jism erishadigan tezligini u deb belgilasa unga tasir qiluvchi qarshilik kuchi $F = ku^2$ ga teng bo'ladi.

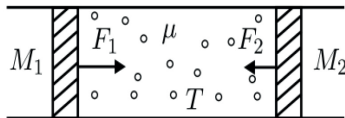
Muvozanat holati uchun esa $F = ku^2 = \sqrt{(m - \rho V)^2 g^2 + f^2}$ tenglik o'rinli bo'ladi. u tezlik vektorining vertikal bilan tashkil etgan

burchagini α deb belgilasak $\operatorname{tg} \alpha = \frac{f}{(m - \rho V)g}$ tenglik o'rinli bo'ladi.

$v_1 = u \cdot \cos \alpha$ ekanligini hisobga olsak, v_1 uchun quyidagi natija hosil bo'ladi.

$$v_1 = \frac{\left((m - \rho V)^2 g^2 + f^2\right)^{1/4}}{\frac{\sqrt{(m - \rho V)g}}{v} \cdot \sqrt{1 + \frac{f^2}{(m - \rho V)^2 g^2}}} = \frac{v}{\left(1 + \frac{f^2}{(m - \rho V)^2 g^2}\right)^{1/4}}.$$

F.57. Ko'ndalang kesim yuzasi S bo'lgan uzun gorizontol naychada massasi M_1 va M_2 bo'lgan porshenlar joylashgan bo'lib, ular ishqalanishsiz harakatlana oladi (rasmga qarang).



Porshenlar orasida 1 mol ideal gaz mavjud bo'lib, uning massasi uchun $\mu \ll M_1$ va $\mu \ll M_2$ tenglik o'rinli. Agar porshenlarga naycha o'qi bo'ylab bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan F_1 va F_2 kuchlar ta'sir ettirilsa, porshenlar orasidagi masofa qanday bo'ladi? Gazning temperaturasi o'zgarmas bo'lib, T ga teng, naycha esa vakuumda joylashgan.

Yechim. Nyutonning ikkinchi qonuniga asoslanib kuchlarning teng ta'sir etuvchisi umumiy massaga a tezlanish beradi deb quyidagi tenglikni yozish mumkin.

$$(M_1 + M_2 + \mu)a = F_1 - F_2$$

Gazning massasi porshenlar massasidan ancha kichik ekanligini bilgan holda uni tashlab yuborib tezlanishni topadigan bo'lsak

$$a = \frac{F_1 - F_2}{M_1 + M_2}$$

Shuningdek, gaz bosimi p ga teng bo'lsa birinchi porshen $M_1 a = -pS + F_1$ uchun tenglikni yozishimiz mumkin. Bu tenglikdagi



a ning o'rniga yuqorida topilgan tezlanishning qiymatini olib kelib qo'yamiz va p ning qiymatini topamiz.

$$p = \frac{M_2 F_1 + M_1 F_2}{(M_1 + M_2) S},$$

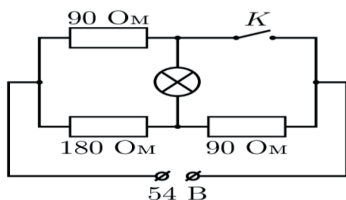
Endi esa ideal gaz holat tenglamasidan hajmni aniqlaymiz,

$$V = \frac{\nu RT}{p} = \frac{\nu RTS(M_1 + M_2)S}{M_2 F_1 + M_1 F_2}$$

Topilgan hajmdan foydalanib porshenlar orasidagi masofani topamiz

$$l = \frac{\nu RTS(M_1 + M_2)}{M_2 F_1 + M_1 F_2}$$

F.58. Yig'ilgan sxemadagi (rasmga qarang) lampochka, kalit K yopiq holatda ham, ochiq holatda ham bir xil yorqinlikda yonadi. Lampochkadagi kuchlanishni toping.



Yechim.

Bu masalani yechishdan avval K kalitning ulangan va uzilgan holatlari uchun chizmani soddalashtirib chizib olaylik.

Lampochkada tushayotgan kuchlanishni U , ichki qarshiligini esa R deb belgilab olaylik.

Chap tarafda keltirilgan chizma uchun quyidagi tenglama o'rinni.

$$U + 90 \cdot \frac{U}{R} + 90 \cdot \left(\frac{U}{R} + \frac{U + 90 \cdot (U/R)}{180} \right) = 54$$

O'ng tarafda keltirilgan chizma uchun esa quyidagisi o'rinni

$$U + 180 \cdot \left(\frac{U}{R} + \frac{U}{90} \right) = 54$$

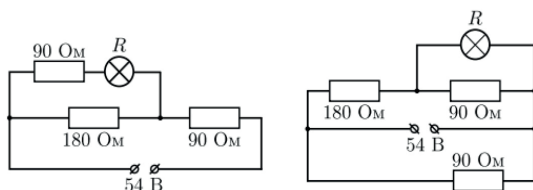


Yuqoridagi ikki tenglamadan foydalanib U va R ni topish mumkin.
 $U=6\text{ V}$, $R=30\Omega$.

F.59. Matematik mayatnikning tebranishlari sekundiga $f=24$ kadr tezligida kinoapparat yordamida tasvirga olinmoqda. Bir to'liq tebranish $N=48$ kadrni o'z ichiga oladi. Plyonkadagi mayatnikning uzunligi $l=10\text{ mm}$, obyektivning fokus masofasi $F=70\text{ mm}$ ni tashkil etadi. Mayatnik qanday masofadan (L) tasvirga olingan?

Yechim. Bu yerda maytanik uzunligi d ga teng. Mayatnikning tebranish davri formulasi:

$$T = \frac{N}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}, \text{ bundan } d = \frac{gN^2}{4\pi^2 f^2} = 1\text{ m}.$$

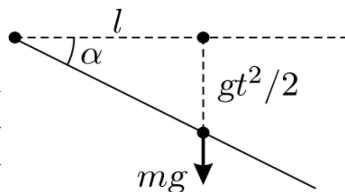


Mayatnikning fototasmadagi tasvirining uzunligi $l \ll d$. Bu shuni anglatadiki, kameradan mayatnikkacha bo'lgan masofa L , obyektivning fokus masofasi uzunligidan ancha katta ($L \gg F$). Bundan kelib chiqadiki, mayatnikning tasviri fokusga juda juda yaqin.

Shunday qilib, $\frac{d}{L} \approx \frac{l}{F}$, bundan kelib chiqadiki

$$L \approx \frac{Fd}{l} = \frac{FgN^2}{4\pi^2 f^2 l} = 7\text{ m}$$

F.60. Bir uchi sharnir bilan mahkamlangan vaznsiz qattiq sterjenga ishqalanishsiz sirpana oladigan ingichka



munchoq kiygizilgan. Dastlab sterjen gorizontol holatda, munchoq esa mahkamlangan uchidan l masofada joylashgan. So'ngra sterjen erkin qo'yib yuborildi. Sterjenning gorizontol bilan hosil qilgan burchagining vaqtga bog'liqligini

I.61. So'zlarni teskari tartibda yozish uchun dastur yarating.

Dastur kodi:

```
def reverse_words_slicing(text):
```

```
    """Matnning so'zlarini teskari tartibda qaytaradi (slicing)."""
```

```
    return " ".join(text.split()[::-1])
```

```
text = input("So'zni kiriting: ") # Bu mening so'zlarim"
```

```
reversed_text = reverse_words_slicing(text)
```

```
print(reversed_text)
```

So'zni kiriting: salom dunyo

dunyo salom

I.62. Tub sonlarning ketma-ketligini topish dasturini yarating

Tub sonlarning ketma-ketligini topish dasturini yarating

Dastur kodi:

```
def is_prime(n):
```

```
    """Berilgan son tub son ekanligini tekshiradi."""
```

```
    if n <= 1:
```

```
        return False
```

```
    for i in range(2, int(n**0.5) + 1):
```

```
        if n % i == 0:
```

```
            return False
```

```
    return True
```

```
def find_primes(limit):
```

```
    """Berilgan limitgacha bo'lgan tub sonlar ro'yxatini qaytaradi."""
```



```
primes = [num for num in range(2, limit + 1) if is_prime(num)]
return primes
```

```
limit = int(input("Nechchi sonigacha tub sonlar ko'rsatilsin: "))
primes = find_primes(limit)
print(f"{limit} gacha bo'lgan tub sonlar: {primes}")
```

Nechchi sonigacha tub sonlar ko'rsatilsin: 10

10 gacha bo'lgan tub sonlar: [2, 3, 5, 7]

I.63. Eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB) topish uchun dastur yarating.

Dastur kodi:
import math

```
num1 = int(input("1-son: "))
num2 = int(input("2-son: "))
result = math.gcd(num1, num2)
print(f"{num1} va {num2} sonlarining EKUBi (math.gcd): {result}") # Chiqadi: 6# Test qilish
```

1-son: 5

2-son: 18

5 va 18 sonlarining EKUBi (math.gcd): 1

I.64. Python dasturlash tilida Yangi ro'yxat yaratuvchi dastur tuzing.

Python dasturlash tilida Yangi ro'yxat yaratuvchi dastur tuzing.

Dastur kodi:

```
users = []
def create_user(name, age):
    new_user = {"name": name, "age": age}
    users.append(new_user)
    print(f"{name} muvaffaqiyatli ro'yxatga qo'shildi.")
name = input("Foydalanuvchi ismini kiriting: ")
```



```
age = int(input("Foydalanuvchi yoshini kiriting: "))
create_user(name, age)
print("Barcha foydalanuvchilar:")
for user in users:
    print(f'Ismi: {user['name']}, Yosh: {user['age']}")
```

Foydalanuvchi ismini kiriting: Otabek

Foydalanuvchi yoshini kiriting: 21

Otabek muvaffaqiyatli ro'yxatga qo'shildi.

Barcha foydalanuvchilar:

Ismi: Otabek, Yosh: 21

I.65. Python dasturlash tilida Taxminlash o'yini (guessing game) yaratish dasturini tuzing.

Python dasturlash tilida Taxminlash o'yini (guessing game) yaratish dasturini tuzing.

Dastur kodi:

```
import random
```

```
def guessing_game():
    number = random.randint(1, 100)
    guess = None
    attempts = 0
    print("Men 1 dan 100 gacha son o'yladim. To'g'ri sonni topa
olasizmi?")
    while guess != number:
        guess = int(input("Sizning taxminingizni kiriting: "))
        attempts += 1
        if guess < number:
            print("Xato. Men o'ylagan son bundan kattaroq.")
        elif guess > number:
            print("Xato. Men o'ylagan son bundan kichikroq.")
        else:
```



```
print(f"Tabriklayman! To'g'ri sonni {attempts} ta urinishda
topdingiz.")
play_again = input("Yana bir o'yin o'ynashni xohlaysizmi? (ha/
yo'q): ")
if play_again == "ha":
    guessing_game()
else:
    print("Rahmat! O'yin tugadi.")
    guessing_game()
Men 1 dan 100 gacha son o'yladim. To'g'ri sonni topa olasizmi?
Sizning taxminingizni kiriting: 25
Xato. Men o'ylagan son bundan kichikroq.
Sizning taxminingizni kiriting: 20
Xato. Men o'ylagan son bundan kichikroq.
Sizning taxminingizni kiriting: 12
Xato. Men o'ylagan son bundan kichikroq.
Sizning taxminingizni kiriting: 10
Tabriklayman! To'g'ri sonni 4 ta urinishda topdingiz.
Yana bir o'yin o'ynashni xohlaysizmi? (ha/yo'q):
```



TALAB, TAKLIF VA TAHLIL

**INNOVATSION YONDASHUV ASOSIDA BO‘LAJAK
INFORMATIKA FANI O‘QITUVCHILARINING KASBIY
KOMPETENSIYALARINI RIVOJLANTIRISH**

A.I.Ashirova, Mamun universiteti professori, p.f.n

Ushbu maqolada innovatsion yondashuv asosida bo‘ljak informatika o‘qituvchilarning kasbiy kompetensiyasi va kompetensiyani rivojlantirish, innovatsion yondashuv tamoyillari bo‘yicha fikr-mulohazalar keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *innovatsion yondashuv, soft skills, hard skills, kasbiy kompetensiya, raqamli texnologiyalar*

В данной статье представлены мнения о принципах формирования профессиональной компетентности и развития компетентности будущих учителей информатики на основе инновационного подхода, а также о принципах инновационного подхода.

Ключевые слова: *инновационный подход, мягкие навыки, жесткие навыки, профессиональная компетентность, цифровые технологии.*

This article presents opinions on the principles of forming professional competence and developing competence of future computer science teachers based on an innovative approach, as well as on the principles of an innovative approach.

Keywords: *innovative approach, soft skills, hard skills, professional competence, digital technologies.*

Zamonaviy ta’lim jarayoni tezkor texnologik rivojlanish ta’sirida doimiy o‘zgarib bormoqda. Informatika o‘qituvchilari kompetensiyasi

bo'yicha turli olimlar va tadqiqotchilar ilmiy tadqiqotlar olib borishgan. Quyida ushbu yo'nalishda ishlagan mashhur olimlar va ularning tadqiqotlari keltirilgan:

1. Mishra & Koehler (2006) – TPACK modeli. Punya Mishra va Matthew J. Koehler tomonidan ishlab chiqilgan TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) modeli informatika o'qituvchilarining texnologik, pedagogik va mazmuniy bilimlarini integratsiyalash muhimligini ta'kidlaydi. Ularning tadqiqotlari o'qituvchilarning samarali ta'lim berishi uchun nafaqat mazmuniy bilim, balki texnologiyalarni ham to'g'ri qo'llay olishini ko'rsatadi[1].

2. Shulman (1986) – Pedagogik mazmuniy bilim (PCK). Lee Shulman pedagogik va mazmuniy bilim (PCK – Pedagogical Content Knowledge) kontseptsiyasini ishlab chiqqan. Uning tadqiqotlari o'qituvchilarning o'z fanlarini tushuntirish usullarini rivojlantirish zarurligini ko'rsatadi[2].

3. ISTE (International Society for Technology in Education). ISTE (Xalqaro Ta'lim Texnologiyalari Jamiyati) informatika o'qituvchilarining raqamli kompetensiyalariga doir xalqaro standartlarni ishlab chiqqan. Ularning modeli quyidagi asosiy yo'nalishlarni qamrab oladi: o'quvchilarga texnologiyalar orqali innovatsion yondashuvlarni o'rgatish; kodlash va algoritmik tafakkurni rivojlantirish va raqamli savodxonlikni oshirish

4. UNESCO – O'qituvchilar uchun raqamli kompetensiya modeli. UNESCO informatika o'qituvchilarining raqamli kompetensiyalarini rivojlantirish bo'yicha xalqaro tavsiyalar ishlab chiqqan. Ularning tadqiqotlari ta'lim muassasalarida texnologiyalarni joriy etish, o'qituvchilarning zamonaviy texnologiyalardan foydalanish ko'nikmalarini oshirish bo'yicha metodikalarni o'z ichiga oladi.

5. Wing (2006) – Kompyuter tafakkuri (Computational Thinking). Jeannette Wing informatika o'qituvchilari va o'quvchilari uchun kompyuter tafakkuri (Computational Thinking, CT) tushunchasini



rivojlantirgan. Uning tadqiqotlari informatika nafaqat dasturlashdan iborat emasligini, balki tizimli fikrlash, muammolarni hal qilish va algoritmik yondashuvlar orqali ham rivojlantirilishi mumkinligini ko'rsatadi.

6. Anderson & Krathwohl (2001) – Taksonomiya. Benjamin Bloom tomonidan ishlab chiqilgan bilim darajalarining taksonomiyasini Anderson va Krathwohl raqamli asrga mos ravishda yangilagan. Informatika o'qituvchilari uchun "o'rganishning yuqori darajalariga chiqish" muhim bo'lib, u o'quvchilarning mustaqil fikrlash va kreativ yondashuvlarini rivojlantirishga qaratilgan.

7. Jonassen (1994) – Konstruktivistik o'qitish. David H. Jonassen ta'limda konstruktivistik yondashuv (Constructivist Learning) muhimligini ta'kidlaydi. Informatika o'qituvchilari dars jarayonida interfaol usullarni, loyiha asosida o'qitish va muammolarni hal qilish texnologiyalarini qo'llashi lozimligini tavsiya qiladi[1].

Innovatsion yondashuv esa ta'lim samaradorligini oshirish, shaxsiylashtirish va interfaollikni ta'minlashga qaratilgan yangi metod va texnologiyalarni o'z ichiga oladi. Innovatsion yondashuv quyidagi tamoyillarga asoslanadi:

1. *Shaxsiylashtirilgan ta'lim – har bir o'quvchining qobiliyat va ehtiyojlariga mos ta'lim dasturlarini yaratish.* Shaxsiylashtirilgan ta'lim – bu har bir o'quvchining ehtiyojlari, qobiliyatlari va o'quv sur'atiga mos ravishda shakllantirilgan o'qitish tizimi. Ushbu yondashuv o'quvchilarning individual xususiyatlarini inobatga olib, ularga eng samarali ta'lim usullarini taklif etadi. Shaxsiylashtirilgan ta'limning asosiy tamoyillari: individual yondashuv – har bir o'quvchining bilim darajasi, qiziqishlari va qobiliyatlariga mos ta'lim berish; moslashuvchan o'quv dasturi – har bir o'quvchi uchun maxsus moslashtirilgan a'lim yo'nalishini yaratish; O'quv sur'atini nazorat qilish – har bir o'quvchi o'ziga qulay tezlikda bilim olish imkoniyatiga ega bo'lishi; texnologiyalardan foydalanish – sun'iy intellekt, adaptiv



o'quv platformalari va raqamli vositalar orqali ta'limni shaxsiylashtirish; o'qituvchi va mentorlik roli – o'qituvchi yo'naltiruvchi va maslahatchi sifatida individual yordam ko'rsatishi. Shaxsiylashtirilgan ta'limda zamonaviy texnologiyalar: Coursera, Duolingo, Smart LMS, Kahoot, Quizizz, CodeCombat, Google Expeditions, CoSpaces.

2. *Raqamli texnologiyalar integratsiyasi* – sun'iy intellekt, virtual reallik, gamifikatsiya va moslashuvchan ta'lim platformalaridan foydalanish. Raqamli texnologiyalar integratsiyasi – bu zamonaviy axborot-kommunikatsiya vositalarini ta'lim jarayoniga joriy etish orqali o'quvchilarning bilim olish samaradorligini oshirish va o'qitish usullarini takomillashtirish jarayonidir. Ushbu yondashuv o'qitishning interfaolligini kuchaytiradi, o'quv materiallarini shaxsiylashtirish va moslashuvchanlikni ta'minlaydi. Asosiy yo'nalishlari quyidagilar:

- Sun'iy intellekt (AI) va mashinaviy o'rganish – Coursera, EdX, Udemy, Smart LMS ta'lim platformalarida moslashtirilgan o'quv dasturlarini yaratish. Bunda ChatGPT, Grammarly, Socratic dasturlaridan foydalanish mumkin.

- Bulutli texnologiyalar – onlayn ta'lim platformalari va ma'lumotlarni saqlash tizimlari orqali masofaviy o'qitish imkoniyatini kengaytirish. Google Classroom, Microsoft Teams, Moodle dasturlari qo'llaniladi.

- Virtual va kengaytirilgan reallik (VR/AR) – o'quv jarayonini vizuallashtirish va amaliy mashg'ulotlarni interaktiv qilish. Google Expeditions, CoSpaces, Merge Cube dasturlari qo'llaniladi.

- Gamifikatsiya – o'yin elementlari orqali o'quvchilarning motivatsiyasini oshirishda Kahoot, Quizizz, Duolingo, CodeCombat dasturlari ta'lim resurslari tayyorlanadi

- Big Data va ta'lim analitikasi – Learning Analytics, Big Data o'quvchilarning bilim darajasini baholash va individual ta'lim yo'nalishlarini shakllantirishda qo'llaniladi.

3. *Kreativ va tizimli fikrlashni rivojlantirish* –



an'anaviy yondashuvlardan voz kechib, muammolarni innovatsion hal qilish metodlarini joriy etish. Kreativ fikrlash – bu nostandart, innovatsion yechimlar topish, muammolarga yangi nuqtai nazardan qarash qobiliyatidir. Tizimli fikrlash – bu murakkab muammolarni tahlil qilish, ularning aloqalarini tushunish va optimal yechimlarni ishlab chiqish qobiliyatidir. Zamonaviy dunyoda o'quvchilarning kreativ va tizimli fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish ularning innovatsion yondashuvlar ishlab chiqish, muammolarni kompleks tahlil qilish va samarali yechimlar topish imkoniyatlarini oshiradi. Kreativ va tizimli fikrlashni rivojlantirish metodlari: muammoli ta'lim; loyiha asosida o'qitish shakllantirish; dizayn fikrlash (Design Thinking) gamifikatsiya, divergent va konvergent fikrlash texnikalaridir. Texnologiyalar va vositalar quyidagilar:

- ✓ Mind Mapping – MindMeister, XMind (fikrlarni vizuallashtirish uchun)
- ✓ Gamifikatsiya – Kahoot, Quizizz (o'yin shaklida fikrlashni rivojlantirish)
- ✓ Dizayn fikrlash – Miro, Figma (kreativ muammolar yechimi uchun)
- ✓ Sun'iy intellekt yordamida fikrlash – ChatGPT, DeepMind (yangi g'oyalar ishlab chiqish)
- ✓ Kodlash va algoritmik tafakkur – Scratch, Code.org (tizimli fikrlashni shakllantirish)

Kreativ va tizimli fikrlash zamonaviy ta'limning muhim yo'nalishlaridan biridir. O'quvchilarning kreativ yondashuvlarini rivojlantirish uchun innovatsion texnologiyalar, muammoli va loyiha asosida o'qitish usullaridan foydalanish lozim. Bunday yondashuv kelajak avlodining ijodkorlik va tahliliy fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

4. *O'quv jarayonining interfaolligi* – loyihaviy ta'lim, muammoli ta'lim va tajriba asosida o'rganish kabi usullardan foydalanish.



Interfaol ta'lim – bu o'quvchilarning dars jarayonida faol ishtirok etishini, muammolarni hal qilish, mustaqil fikrlash va o'zaro muloqot orqali bilim olishini ta'minlaydigan zamonaviy o'qitish usuli. Ushbu yondashuv ta'lim samaradorligini oshirish, bilimlarni mustahkamlash va o'quvchilarni o'qitish jarayoniga faol jalb qilish uchun muhim ahamiyatga ega. Interfaol o'qitish metodlari: loyiha asosida o'qitish; rol o'ynash va simulyatsiyalar; gamifikatsiya; aqliy hujum (Brainstorming); kross-platformatli o'qitish – turli texnologiyalar va vositalarni birlashtirib ta'limni interfaol qilish.

5. *Doimiy o'rganish va moslashish* – tez o'zgarayotgan dunyoda yangi bilim va kompetensiyalarni egallashga yo'naltirilgan tizim yaratish. Doimiy o'rganish (Lifelong Learning) – insonning butun hayoti davomida bilim va ko'nikmalarni muntazam rivojlantirib borish jarayonidir. Moslashish (Adaptability) – yangi sharoitlar va o'zgaruvchan muhitga moslashish, o'z bilim va ko'nikmalarini yangilash qobiliyatidir. Zamonaviy dunyoda texnologiyalar, kasblar va bilimlar tez o'zgarib bormoqda. Shu sababli, insonlar o'z kasbiy va shaxsiy rivojlanishi uchun doimiy o'rganish va moslashuvchanlik ko'nikmalariga ega bo'lishlari muhimdir. Doimiy o'rganishning asosiy tamoyillari:

- O'zini rivojlantirish – o'z bilimlarini mustaqil ravishda oshirish va yangi ko'nikmalarni egallash.
- Moslashuvchanlik – yangi sharoitlarga moslashish va o'zgarishlarga tayyor bo'lish.
- Ochiq fikrlilik – yangi g'oyalar va innovatsion yondashuvlarga ochiq bo'lish.
- Texnologiyalar bilan ishlash – zamonaviy raqamli vositalarni o'rganish va ulardan foydalanish.
- Ijodiy va tizimli fikrlash – yangi muammolarni hal qilish va ijodiy yondashuvlarni ishlab chiqish.

Doimiy o'rganish va moslashish zamonaviy inson uchun muhim kompetensiyalar hisoblanadi. Texnologiyalar rivojlanishi va mehnat



bozoridagi o'zgarishlar natijasida insonlar o'z bilim va ko'nikmalarini doimiy ravishda yangilab borishlari lozim. Shu sababli, hayot davomida o'qish va o'zini rivojlantirish madaniyatini shakllantirish muhim ahamiyat kasb etadi.

Kasbiy kompetensiya – bu o'qituvchining o'z kasbiga oid bilim, ko'nikma va malakalarining majmuasi bo'lib, samarali o'qitish jarayonini tashkil etish va zamonaviy talablar asosida ta'lim berish imkonini yaratadi.

Informatika fani o'qituvchisi zamonaviy texnologiyalarni o'zlashtirishi, innovatsion pedagogik yondashuvlardan foydalana olishi va o'quvchilarga kreativ hamda tizimli fikrlashni o'rgata olishi muhimdir.

Informatika fani o'qituvchisining asosiy kasbiy kompetensiyalari

1. Pedagogik kompetensiya – o'quv jarayonini samarali tashkil etish, didaktik tamoyillarni qo'llash.

2. Raqamli kompetensiya – dasturlash, sun'iy intellekt, ma'lumotlar tahlili kabi zamonaviy texnologiyalarni bilish.

3. Metodik kompetensiya – ta'lim metodlari va texnologiyalarini ishlab chiqish hamda qo'llash.

4. Innovatsion kompetensiya – ilg'or pedagogik texnologiyalar va interfaol o'qitish usullaridan foydalanish.

5. Kommunikativ kompetensiya – o'quvchilar, ota-onalar va hamkasblar bilan samarali muloqot qilish.

6. Tanqidiy va tizimli fikrlash – o'quvchilarga masalalarni tahlil qilish va yechim topish ko'nikmalarini o'rgatish.

Hard skills – ingliz tilidan “qattiq ko'nikmalar” deb tarjima qilinadi. Qattiq ko'nikmalar – inson tomonidan o'qib rivojlantiriladigan texnik bilimlar yoki tajriba orqali shakllanadigan qobiliyatlar hisoblanadi. Qattiq ko'nikmalar (Hard skills) – bu tekshirilishi mumkin bo'lgan aniq ko'nikmalar va bilimlar [4].

Soft skills–inglizchadan to'g'ridan to'g'ri tarjimasida “yumshoq ko'nikmalar” degan ma'noni bildiradi. Amaliyotda esa yumshoq



ko'nikmalar insoniy ko'nikmalar yoki shaxslararo ko'nikmalar sifatida ham ishlatiladi. Yumshoq ko'nikmalar (soft skills) – bu shaxsning boshqa odamlar bilan muloqot qilish va turli xil hayotiy vaziyatlarga moslashish qobiliyati, ko'nikmalari va o'ziga xos xususiyatlari. Amaliy ko'nikmalar (Soft-skills): hayotning aksariyat holatlarida siz uchun foydali bo'lgan ijtimoiy-psixologik ko'nikmalar: kommunikativ, yetakchilik, jamoa, “fikrlash” va boshqalar. Garvard va Stenford universitetlari tomonidan olib borilgan tadqiqotlarga ko'ra, karera borasida erishiladigan muvaffaqiyatlarning atigi 15% “hard skills” va 85% “soft skills” hisobiga to'g'ri keladi.

Ta'limdagi innovatsion yondashuv nafaqat o'quvchilar bilimini oshirishga, balki ularning mustaqil fikrlash, ijodiy yondashish va zamonaviy texnologiyalardan samarali foydalanish ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Bu esa kelajak avlodining raqobatbardosh va intellektual jihatdan rivojlangan bo'lishini ta'minlaydi. Bo'lajak informatika fani o'qituvchilari kasbiy kompetensiyalarni doimiy rivojlantirishi zarur. Innovatsion texnologiyalar, dasturlash, sun'iy intellekt va interfaol ta'lim metodlarini o'zlashtirish orqali o'quv jarayonining sifatini oshirish va kelajak avlodga raqamli dunyoda muvaffaqiyat qozonish uchun zarur ko'nikmalarni berish mumkin.

Adabiyotlar:

1. Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). “Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge.” *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054.
2. Shulman, L. S. (1986). “Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching.” *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
3. Wing, J. M. (2006). “Computational Thinking.” *Communications of the ACM*, 49(3), 33-35.
4. Abdikarimova X.A. Fizika fanini o'qitishda “soft skills” va “hard skills” ko'nikmalarining ahamiyati [http:// web-journal.ru/ index.php/ journal/ article /download/4705/4565](http://web-journal.ru/index.php/journal/article/download/4705/4565)



REKURRENT FORMULALAR YORDAMIDA BA'ZI INTEGRALLARNI HISOBLASH

*A.R.Safarov, O'zbekiston-Finlyandiya pedagogika instituti
dotsenti*

*M.A. Axmatova, O'zbekiston-Finlyandiya pedagogika instituti
3-bosqich talabasi*

Ushbu maqolada matematik analiz kursining aniqmas integrallar bo'limining muhim masalalaridan biri hisoblangan integralni rekurrent formulalar yordamida hisoblashga doir ba'zi masalalar qaralgan. Maqolada keltirilgan masalalar integrallashda rekurrent formula keltirib chiqarish ko'nikmalarini shakllantirishga qaratilgan bo'lib, maqola yuqori sinf o'quvchilari, kollej, akademik litsey va oliy ta'lim muassasalari talabalari uchun integrallar bo'limini o'zlashtirishda ajoyib manba bo'ladi.

Kalit so'zlar: *integral, rekurrent, bo'laklab integrallash, giperbolik funksiya.*

В данной статье рассматриваются некоторые задачи, связанные с вычислением интегралов с использованием рекуррентных формул, которые считаются одной из важных тем раздела неопределённых интегралов курса математического анализа. Приведённые в статье задачи направлены на формирование навыков вывода рекуррентных формул при интегрировании. Статья является отличным источником для учащихся старших классов, студентов колледжей, академических лицеев и вузов для освоения темы интегралов.

Ключевые слова: *интеграл, рекуррентный, интегрирование по частям, гиперболическая функция.*

This article addresses some problems related to calculating integrals using recurrence formulas, which are considered one of the significant

topics in the indefinite integrals section of the mathematical analysis course. The problems presented in the article are aimed at developing skills in deriving recurrence formulas during integration. The article serves as an excellent resource for high school students, college and academic lyceum students, as well as university students for mastering the topic of integrals.

Keywords: *integral, recurrence, integration by parts, hyperbolic function.*

Matematik tahlil va uning qo'llanmalari doirasida aniqmas integrallarni hisoblash muammosi alohida ahamiyatga ega. Ushbu masala ko'plab nazariy va amaliy sohalarida, masalan, differensial tenglamalar, hisoblash usullari va analitik metodlar kabilarda uchraydi. Aniqmas integralni bevosita hisoblash ko'pincha murakkab bo'lganligi sababli, integrallarni rekurrent formulalar yordamida hisoblash usuli samarali alternativ metod sifatida keng qo'llaniladi. Rekurrent formulalar, integralni hisoblash jarayonini takrorlanuvchi qadamlar orqali amalga oshirish imkoniyatini beradi, bu esa murakkab integrallarni soddalashtirish va ularni hisoblashni osonlashtiradi. Rekurrent formulalar yordamida integrallarni hisoblash usullarini o'rganish, talabalarning matematik tafakkurini rivojlantirish va ularning masalalarni yechish ko'nikmalarini oshirishga yordam beradi.

Maqolada rekurrent formulalarni hosil qilish va ularni qo'llash orqali ba'zi integral misollarini yechish masalalari ko'rib chiqiladi. Ushbu yondashuv nafaqat integrallash jarayonini soddalashtiradi, balki bo'laklab integrallash usuli, giperbolik funksiya va boshqa qo'shimcha analitik metodlar yordamida turli integral turlari uchun yagona va moslashuvchan hisoblash algoritmlarini ishlab chiqishga imkon beradi.

Ushbu maqolaning maqsadi rekurrent formulalar yordamida integralni hisoblash jarayonini batafsil ko'rsatish, misollar orqali metodning samaradorligini namoyish etish va Maple kabi kompyuter



dasturlari yordamida hisoblash imkoniyatlarini taqdim etishdir. Ushbu yondashuv yuqori sinf o'quvchilari, kollej, akademik litsey va oliy ta'lim talabalariga aniqmas integrallar bo'limini o'zlashtirishda qulay va tushunarli manba bo'ladi.

Asosiy mavzuga o'tishdan avval aniqmas integral tushunchasiga bir muncha to'xtalib o'tamiz.

Ta'rif. [1] $F(x)$ funksiya biror oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmas) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali deyiladi va $\int f(x)dx = F(x) + C$ bilan belgilanadi.

Bu yerda $f(x)$ integral ostidagi funksiya, $f(x)dx$ integral ostidagi ifoda, x integrallash o'zgaruvchisi, $\int$ integral belgisi deyiladi. Demak, $\int f(x)dx$ simvol, $f(x)$ funksiyaning hamma boshlang'ich funksiyalari to'plamini belgilaydi. Berilgan funksiyaning aniqmas integralini topish amaliga integrallash deyiladi.

Agar $u = u(x)$ va $v = v(x)$ funksiyalar (a, b) intervalda uzluksiz $u'(x)$ va $v'(x)$ hosilalarga ega bo'lsa, unda shu intervalda ushbu

$$\int u(x) dv(x) = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) du(x)$$

bo'laklab integrallash formulasi o'rinli bo'ladi.

Amaliyot shuni ko'rsatadiki, bo'laklab integrallash usulini qo'llab hisoblanadigan integrallarni asosan, asosan uch guruhga ajratish mumkin.

Birinchi guruhga ko'paytuvchining biri ma'lum funksiyaning hosilasi bo'lgan ikkinchisi esa ushbu

$$\ln x, \arcsin x, \arccos x, \arctg^2 x, \arccos^2 x, \ln \varphi x, \dots$$

funksiyalardan biriga teng bo'lgan funksiyalarning integrallari



kiritiladi. Bu holda $u(x)$ deb shu funksiyalar belgilanadi.

Ikkinchi guruhga $\int (ax + b)^n \cos cx dx$, va $\int (ax + b)^n e^{cx} dx$ ko'rinishdagi integrallar kiritiladi. Bu holda $u(x) = (ax + b)^n$ deb olinib, bo'laklab integrallash formulasi n marta qo'llaniladi.

Uchinchi guruhga

$\int e^{ax} \cos bx dx, \int e^{ax} \sin bx dx, \int \sin(\ln x) dx, \int \cos(\ln x) dx$ ko'rinishdagi integrallar kiritiladi. Bunda integralni I deb belgilab, bo'laklab integrallash formulasini ikki marta qo'llasak, I ga nisbatan chiziqli tenglamaga kelamiz.

Bu uchta guruhga kirmagan ba'zi integrallar ham bo'laklab integrallash usuli bilan hisoblash mumkin. Masalan, quyidagi rekurrent formulalar yordamida hisoblanadigan ba'zi integrallar shular jumlasidandir.

$$\text{Ushbu} \quad I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n} \quad (a = \text{const}, n = 1, 2, \dots)$$

integralni hisoblash talab etilsin. Bu integralni hisoblash uchun rekurrent formula keltirib chiqarish talab etiladi. So'ngra berilgan integralni hisoblash masalasi osonlashadi. Bo'laklab integrallash formulasidan foydalanamiz, buning uchun, $u = \frac{1}{(x^2 + a^2)^n}, dv = dx$ deb belgilash olamiz. Ma'lumki,

$$du = -\frac{2nx}{(x^2 + a^2)^{n+1}} dx, \quad v = x \quad \text{bo'ladi.}$$

Bundan,

$$I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n} = \frac{x}{(x^2 + a^2)^n} + 2n \int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^{n+1}} dx = \frac{x}{(x^2 + a^2)^n} + 2nI_n - 2a^2nI_{n+1}$$



ekanligini topib, bu tenglikdan I_{n+1} ni hosil qilamiz:

$$I_{n+1} = \frac{x}{2a^2n(x^2+a^2)^n} + \frac{2n-1}{2a^2n} I_n. \quad (1)$$

(1) rekurrent formula yordamida I_{n+1} integralni hisoblash uchun I_n integralni hisoblashga keltiriladi. Bu formula yordamida n ning ixtiyoriy qiymatida integralni hisoblash mumkinligini ko'ramiz.

Misol.

1. $\int \frac{dx}{\sin^n x}$, $n > 2$ integralni hisoblash uchun rekurrent

formula keltirib chiqaramiz.

Dastavval, berilgan integralni I_n orqali belgilab olamiz, so'ngra bo'laklab integrallash formulasini qo'llaymiz, ya'ni

$$I_n := \int \frac{dx}{\sin^n x} = \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x \cdot \sin^2 x} =$$

$$\left[u = \frac{1}{\sin^{n-2} x}, \quad dv = \frac{dx}{\sin^2 x}, \quad du = (2-n) \sin^{1-n} x \cos x dx, \right. \\ \left. v = -\operatorname{ctg} x \right]$$

$$= \frac{\cos x}{-\sin^{n-1} x} + (2-n) \int \frac{\cos^2 x}{\sin^n x} dx =$$

$$= -\frac{\cos x}{\sin^{n-1} x} + (2-n) \int \frac{dx}{\sin^n x} - (2-n) \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x} = \\ = -\frac{\cos x}{\sin^{n-1} x} + (2-n) I_n - (2-n) I_{n-2}.$$

Bundan, quyidagini hosil qilamiz:

$$I_n = -\frac{\cos x}{(n-1)\sin^{n-1}x} + \frac{n-2}{n-1}I_{n-2}.$$

Yuqoridagi rekurrent formulani avvalo $n = 3$ hol uchun qo'llasak, berilgan integralni hisoblash $I_1 = \int \frac{dx}{\sin x}$ integralni hisoblashga keltiriladi.

2. $I_n = \int \sin^n x dx$ integral uchun rekurrent formula keltirib chiqarish uchun bo'laklab integrallash usulidan foydalanamiz. Ya'ni,

$$\begin{aligned} I_n &= \int \sin^n x dx = -\int \sin^{n-1} x d \cos x = \\ &= [u = \sin^{n-1} x, \quad dv = d \cos x, \\ &\quad du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x dx, \quad v = \cos x] = \\ &= -\cos x \sin^{n-1} x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \cos^2 x dx = \\ &= -\cos x \sin^{n-1} x + (n-1) \int \sin^{n-2} x (1 - \sin^2 x) dx = \\ &= -\cos x \sin^{n-1} x + (n-1)I_{n-2} - (n-1)I_n. \end{aligned}$$

Bundan

$$I_n = -\frac{\cos x \sin^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n}I_{n-2}$$

ko'rinishidagi rekurrent formulaga ega bo'lamiz.

3. $I_n = \int \ln^n x dx$ integral uchun rekurrent formula keltirib chiqaramiz. Yuqoridagi misollar kabi bo'laklab integrallash usulini qo'llasak.

$$\begin{aligned} I_n &= \int \ln^n x dx = \left[u = \ln^n x, \quad dv = dx, \quad du = \frac{n \ln^{n-1} x}{x} dx, \quad v = x \right] = x \ln^n x - \\ &\int \frac{x n \ln^{n-1} x}{x} dx = x \ln^n x - n \int \ln^{n-1} x dx \end{aligned}$$



Bundan, $I_n = x \ln^n x - n I_{n-1}$ ko'rinishidagi rekurrent formulaga ega bo'lamiz.

4. Yuqori darajali giperbolik funksiyalarni integrallashda ham rekurrent formula tuzish ayni muddao bo'ladi. Quyidagi misolni qaraylik,

$$I_n = \int sh^n x dx, \quad n > 2.$$

$$\text{Bundan } I_n = \int sh^{n-1} x dchx =$$

$$= sh^{n-1} x chx - (n-1) \int ch^2 x sh^{n-2} x dx =$$

$$[u = sh^{n-1} x, \quad dv = dchx, \quad du = (n-1)sh^{n-2} x chx dx, \quad v = chx]$$

$$= sh^{n-1} x chx - (n-1) \int sh^{n-2} x dx - (n-1) \int sh^n x dx$$

$$I_n = sh^{n-1} x chx - (n-1) I_{n-2} - (n-1) I_n$$

$$I_n = \frac{sh^{n-1} x chx}{n} - \frac{n-1}{n} I_{n-2}$$

formulaga ega bo'lamiz.

5. $I_n = \int x^\alpha \ln^n x dx, \quad \alpha \neq -1$ integral uchun rekurrent formula keltirib chiqarish masalasini qaraylik. Buning uchun bo'lab integrallash usulidan foydalanamiz:

$$I_n = \int x^\alpha \ln^n x dx =$$

$$\left[u = \ln^n x, \quad dv = x^\alpha dx, \quad ch = \frac{n \ln^{n-1} x}{x} dx, \quad v = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \right]$$

$$= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \ln^n x - \int \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \cdot \frac{n \ln^{n-1} x}{x} dx =$$

$$= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \ln^n x - \frac{n}{\alpha+1} \int x^{\alpha} \ln^{n-1} x dx.$$

Oxirgi tenglikdan, $I_h = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \ln^n x - \frac{n}{\alpha+1} I_{n-1}$

ko'rinishidagi rekurrent formulaga ega bo'lamiz.

Maple dasturi yordamida rekurrent formulalar orqali berilgan integrallarni ham hisoblash imkoniyati mavjud. Quyida bir misol va uning Maple dasturidagi yechimini keltirib o'tamiz.

Quyidagi misolda ma'lum ko'rinishdagi integralni hisoblash dasturi keltirilgan.

Yuqorida $\int \sin^n x dx$ integral uchun rekurrent formula keltirib chiqargan edik.

$$I_n = -\frac{\cos x \sin^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} I_{n-2}$$

Mapleda bu formulani qo'llab, $\int \sin^n x dx$ integralni hisoblash uchun dastur quyidagicha bo'ladi:

```
Sin_rekurrent := proc(n)
  if n = 0 then
    return x;
  elif n = 1 then
    return -cos(x);
  else
    return -cos(x)*sin(x)^(n-1)/n + (n-1)/n*Sin_rekurrent(n-2);
  end if;
end proc;
```



Keling dastur qanday ishlashini ko'rib chiqaylik, $\int \sin^3 x dx$ ($n=3$) hol uchun dastur qanday natija qayd etishini ko'ramiz:

1. Sin_rekurrent(3) chaqiriladi.
2. $3!=0$ va $3!=1$ shartlari bajarilmaydi, shuning uchun else qismi ishlaydi.
3. return
 $-\cos(x)*\sin(x)^{(3-1)/3+(3-1)/3*\sin_rekurrent(3-2)$
 ya'ni return
 $-\cos(x)*\sin(x)^{2/3+2/3*\sin_rekurrent(1)}$ hisoblanadi.
4. Sin_rekurrent(1) chaqiriladi.
5. $1!=0$ va $1!=1$ sharti bajariladi, shuning uchun return $-\cos(x)$ ishlaydi.
6. Sin_rekurrent(3) funksiyasi $-\cos(x)*\sin(x)^{2/3+2/3*(-\cos(x))}$ ya'ni $-\cos(x)*\sin(x)^{2/3-2*\cos(x)/3}$ qaytaradi.

Natija: $-\cos x \cdot \sin^{2/3} x - \frac{2 \cos x}{3}$ ko'rinishida bo'ladi.

Quyida o'quvchi uchun mustaqil bajarish uchun misollar keltiramiz. Bundan tashqari bilimni mustahkamlash uchun [2,3,4] adabiyotlardagi misollardan ham foydalanishini tavsiya etamiz.

Mustaqil bajarish uchun misollar

$$1. I_n = \int \cos^n x dx, \quad n > 2$$

$$4. I_n = \int \frac{1}{ch^n x} dx, \quad n > 2$$

$$2. I_n = \int ch^n x dx, \quad n > 2$$

$$5. I_n = \int \frac{x^n}{\sqrt{x^2+a}} dx, \quad n > 2$$

$$3. I_n = \int \frac{1}{\cos^n x} dx, \quad n > 2$$

$$6. I_n = \int sh^n x dx, \quad n > 2$$



Adabiyotlar:

1. Azlarov T.A, Mansurov X.T. Matematik analiz. 1-qism. -T.: “O‘qituvchi” 1994.
2. G‘oziyev A, Israilov I, Yaxshiboyev M. Matematik analizdan misol va masalalar, 2-qism (o‘quv qo‘llanma). -T.: “Fan va texnologiya”, 2012
3. Sadullayev A., Xudoyberganov G., Vorisov A., G‘ulamov R. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to‘plami. 1-qism,-T.,1993
4. Sadullayev A., Xudoyberganov G., Vorisov A., G‘ulamov R. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to‘plami. 2-qism,-T.,1995



HOSILA YORDAMIDA MODELLASHTIRISH

*N. Dilmuradov, Qashqadaryo viloyat pedagogik mahorat markazi
professori,*

*E.O.Sharipov, QarMII “Oliy matematika” kafedrası mudiri,
dotsent,*

*X.U.Chuyanov, QarMII “Oliy matematika” kafedrası katta
o‘qituvchisi.*

Ushbu maqolada umumta’lim maktabining 11- sinfi matematika darsida «hosila yordamida modellashtirish» mavzusini o‘rgatish uchun material keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *hosila, oddiy differensial tenglama, matematik modellashtirish, Maltus modeli, Nyutonning sovush qonuni.*

В данной статье представлен материал для преподавания темы «моделирование с помощью производных» на уроке математики II класса общеобразовательной школы.

Ключевые слова: *производная, обыкновенное дифференциальное уравнение, математическое моделирование, модель Мальтуса, закон охлаждения Ньютона.*

This article presents material for teaching the topic “modeling using a derivative” in the mathematics lesson of the 11th grade of the general education school.

Keywords: *derivative, Ordinary Differential Equation, mathematical modeling, Malthusian model, Newton’s law of cooling.*

“Hosila yordamida modellashtirish” mavzusi umumta’lim maktabining 11- sinfi matematika darsida o‘rganiladi. Lekin darslikda bu mavzuni bayon etishda (keltirilgan yondashishda) kamchiliklar bor deb hisoblaymiz. Modellashtirish haqida tushuntirish deyarli keltirilmagan, diskret miqdorning hosilasi haqida tushuntirishsiz

gapirilgan, differensial tenglamaning barcha yechimlarini ifodalovchi formula (umumiy yechim) asoslanmagan. Bu mavzuni aniqmas integral (boshlang'ich funksiyani topish) mavzusidan keyin o'rgatish maqsadga muvofiq bo'lardi.

Matematik madellashtirish quyidagicha bajariladi. Biror bir jarayonni o'rganish kerak bo'lsin deylik. Bunda biz odatda quyidagicha ish tutamiz. Dastlab jarayonni boshqa jarayonlar va hodisalar orasidan shu jarayonga ta'siri nihoyatda kam bo'lganlarini hisobga olmagan holda ajratib olamiz. So'ngra o'rganilayotgan jarayon qanoatlantiradigan qonunlarni matematik ko'rinishda ifodalaymiz va, kerak bo'lsa, qo'shimcha shartlar qo'yib, matematik masala hosil qilamiz. Bu matematik masala o'rganilayotgan jarayonning matematik modeli (qisqacha: modeli) deb ataladi. Hosil bo'lgan matematik masalani, agar kerak bo'lsa, kompyuter dasturlaridan foydalanib yechamiz va tahlil qilamiz. Agar matematik modelning yechimi real jarayonni kerakli aniqlikda ifodalamas, biz uni mukammallashtiramiz, yaxshilaymiz (dastlab ta'sirini hisobga olmagan ta'sirlarni endi hisobga olamiz) [1].

Dastlab bizga keyinroq kerak bo'luvchi quyidagi differensial tenglamani yechaylik:

$$\frac{dx}{dt} = k \cdot x \text{ yoki } x'(t) = k \cdot x(t) \quad (1)$$

bu yerda $k = \text{const}$ – berilgan son, $x = x(t)$ – noma'lum funksiya, t – erkli o'zgaruvchi [2].

Tenglamani yechish (differensial tenglamani yechish ham) uning barcha yechimlarini topish demakdir. Qaysi $x = x(t)$ funksiyadan hosila olsak, u o'zgarmas son k ga ko'payadi? Bu savolga javob berish qiyin emas. Bunday funksiya

$$x(t) = c \cdot e^{kt} \quad (c - \text{ixtiyoriy o'zgarmas})$$

ko'rinishda bo'ladi. Haqiqatan ham,



$$\frac{dx}{dt} = \frac{d(ce^{kt})}{dt} = ce^{kt} \cdot k = k(ce^{kt}) = kx.$$

Shunday qilib, $x(t) = ce^{kt}$ funksiya (1) differensial tenglamani qanoatlantiradi, ya'ni u yechim. Boshqa yechimlar bormi? Biz (1) differensial tenglamaning barcha yechimlari $x(t) = ce^{kt}$ formula bilan ifodalanishini isbotlaymiz, ya'ni, agar $x(t)$ funksiya $x'(t) = kx(t)$ tenglamaning yechimi bo'lsa, biror c uchun $x(t) = ce^{kt}$ bo'ladi. $x'(t) = kx(t)$ ayniyatni e^{-kt} ga ko'paytirib,

$$x'(t)e^{-kt} = kx(t)e^{-kt} \text{ yoki } x'(t)e^{-kt} - kx(t)e^{-kt} = 0 \text{ tenglikni hosil qilamiz.}$$

Tenglikning chap tomoni $x(t) \cdot e^{-kt}$ ko'paytmani hosilasiga teng. Bundan,

$$(x(t)e^{-kt})' = 0.$$

Hosilasi nolga teng funksiyaning o'zgarmasligini hisobga olsak,

$$x(t)e^{-kt} = c \text{ yoki } x(t) = ce^{kt} \text{ bo'ladi.}$$

Demak,

$$x(t) = ce^{kt} \quad (2)$$

funksiya (1) differensial tenglamaning o'zgarmas $\check{n}$ ning barcha qiymatlarida barcha yechimlarini ifodalaydi [3].

Radioaktiv yemirilish. $m(t)$ bilan radioaktiv moddaning t paytdagi massasini belgilaylik. Bizga $m(t)$ funksiyaning topish kerak bo'lsin [4]. Fizikadan ma'lumki, radioaktiv moddaning yemirilish

$$\text{tezligi } -\frac{dm(t)}{dt} \left(\frac{dm(t)}{dt} \text{ hosila o'sish tezligini ifodalaydi} \right)$$



mavjud modda miqdoriga to'g'ri proporsional, ya'ni

$$-\frac{dm(t)}{dt} = km(t) \text{ yoki qisqaroq } m' = -km \quad (3)$$

bu yerda o'zgarmas $k = \text{const} > 0$ – proporsionallik koeffitsiyenti.

Demak, $m = m(t)$ noma'lum funksiya (3) differensial tenglamani qanoatlantiradi. (3) tenglamaning umumiy yechimini yuqorida topdik (k ning ishorasini o'zgartirish kerak, xolos): $m(t) = ce^{-kt}$. Agar boshlang'ich, ya'ni $t = 0$ paytdagi massa $m_0 > 0$ bo'lsa, $c = m_0$ bo'ladi. Shunday qilib, radioaktiv moddaning massasi ushbu

$$m = m_0 e^{-kt} \quad (4)$$

qonuniyatga ko'ra o'zgaradi. Massa miqdori vaqt o'tishi bilan eksponensial tezlik bilan kamayib nolga intiladi ($k > 0$).

Yarim yemirilish davri T deb dastlabki radioaktiv moddaning yarmi yemirilishi uchun ketgan vaqt oralig'iga aytiladi. Demak,

$$\frac{m_0}{2} = m_0 e^{-kT}, \text{ ya'ni } T = \frac{\ln 2}{k} \text{ yoki } k = \frac{\ln 2}{T}.$$

Oxirgi formuladan T ga ko'ra (uni o'lchash nisbatan oson) k ni qiymatini topish uchun foydalanish mumkin.

Yuqoridagi (4) formulaning yana bir tatbig'ini e'tirof etaylik. Ma'lumki, tirik organizmlarda C^{12} turg'un uglerod bilan birgalikda oz miqdorda C^{14} radioaktiv izotop ham bo'ladi. Atmosferaning yuqori qatlamlarida γ – nurlar hosil qiluvchi C^{14} izotoplar tirik organizmlarda yutiladi [5]. Tirik organizmlarda biologik o'zgarish jarayonlari natijasida C^{14} miqdori o'zgarmas va biror m_0 ga teng bo'ladi. Organizm o'lishi bilanoq unda radioaktiv izotopning yutilishi to'xtaydi va C^{14} ning miqdori kamaya boshlaydi. C^{14} ning yarim yemirilish davri $T \approx 5570$ (yil).



Bundan,

$$k = \frac{\ln 2}{T} \approx \frac{0,6931}{5570} \approx 1,24 \cdot 10^{-4} \approx \frac{1}{8000} (1/yil)$$

Demak, agar $m(t)$ bilan C^{14} izotopning organizm o'lgan paytdan boshlab hisoblangan t – yildagi massasini belgilasak, u holda

$$m'(t) = -\frac{1}{8000}m(t), \text{ ya'ni } m(t) = m_0 e^{-t/8000}$$

bo'ladi. Bundan, agar $m(t)$ aniqlangan (uni C^{14} chiqaradigan β – zarrachalar soni orqali topish mumkin) bo'lsa, u holda organizmning o'lganidan keyin o'tgan t vaqtini yillarda ushbu

$$t = 8000 \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m(t)} \right)$$

formula orqali topish mumkinligi kelib chiqadi. Hosil bo'lgan bu formula o'lgan organizmlarning yoshini aniqlashga imkon beradi.

Bakteriyalarning ko'payishi. t vaqtdagi bakteriyalar sonini $n(t)$ bilan belgilaylik. $n(t)$ ning qiymatlari juda katta va u juda kichik vaqt oralig'ida o'zgarganligi sababli biz bu funksiyani silliq deb faraz qilamiz, ya'ni uni differensiallanuvchi (silliq) funksiya bilan almashtiramiz (diskret funksiyaning grafigini qurib, uni silliq funksiya bilan almashtirilishini tasvirlash kerak) [3].

Bakteriyalar sonining o'sish tezligi $\frac{dn(t)}{dt}$ bakteriyalarning tabiiy

tug'ilishi va tabiiy o'lishi orqali ifodalanadi. Tabiiy tug'ilish va tabiiy o'lish tezliklarini mavjud bakteriyalar soniga proporsional deb hisoblab, ularni mos ravishda $k_1 \cdot n(t)$ va $k_2 \cdot n(t)$ ga teng deymiz $k_1, k_2 = \text{const} > 0$. Natijada

$$\frac{dn(t)}{dt} = k_1 \cdot n(t) - k_2 \cdot n(t) \text{ yoki } \frac{dn(t)}{dt} = k \cdot n(t) \quad (5)$$

tenglama hosil bo'ladi; bu yerda $k = k_1 - k_2$ deb belgilash kiritilgan. $k = k_1 - k_2 > 0$ deb hisoblaymiz (tug'ilish o'lishdan ko'p). Vaqt boshidagi bakteriyalar soni $n_0 > 0$ ma'lum bo'lsin:

$$n(0) = n_0 \quad (6)$$

(5) tenglamaning (6) shartni qanoatlantiruvchi yechimi bizga ma'lum ((1), (2) ga qarang):

$$n(t) = n_0 \cdot e^{kt}$$

Bu bog'lanish Maltus qonunini ifodalaydi. Maltus – keltirilgan biologik jarayonning matematik modelini tuzgan biolog olim.

Demak, vaqt o'tishi bilan bakteriyalar soni chegaralanmagan holda o'sib ketadi (bizning farazlarimizda). Bunday bo'lishi mumkin emas, chunki yashash uchun kurash tufayli sodir bo'luvchi yo'qotilishlar (o'limlar) buning oldini oladi. Modelimizni mukammallashtirish zarur.

Yashash uchun kurash jarayonida ikki bakteriya uchrashganda ular orasida raqobat paydo bo'ladi (jang ketadi) va bunda o'lish tezligi mavjud bakteriyalar sonining kvadratiga proporsional, ya'ni $a \cdot n^2(t)$ ga teng deb faraz qilamiz, $a = const > 0$. Natijada quyidagi differensial tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{dn(t)}{dt} = k \cdot n(t) - a \cdot n^2(t) \quad (k, a = const > 0) \quad (7)$$

U logistik tenglama deb ataladi. Bakteriyalar soni $n(t)$ ni aniqlash uchun bu tenglamaning (9) boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish kerak. (7) tenglamani o'zgaruvchilarini ajratib yechamiz ($n(t) \neq k/a$).

$$\frac{dn(t)}{kn(t) - an^2(t)} = dt; \quad n = n(t); \quad \int \frac{dn}{kn - an^2} = \int dt + c_1; \quad \frac{1}{k} \int \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{k - an} \right) dt = t + c_1; \quad \frac{1}{k} \ln \left| \frac{n}{k - an} \right| = t + c_1 \left(c_1 = \frac{1}{k} \ln c \right);$$



$$\frac{k - an}{n} = ce^{-kt}, \quad c \neq 0.$$

Oxirgi tenglikdan
$$n = \frac{k}{a + ce^{-kt}} \quad (8)$$

umumiy yechim formulasini topamiz, bu yerda $c = 0$ da yo‘qolgan $n = k/a$ yechim hosil bo‘ladi. Yechim $n(0) = n_0$ boshlang‘ich shartni qanoatlantirishi, ya’ni $n_0 = \frac{k}{a + c}$ bo‘lishi kerak. Bu yerdan c ning qiymatini topib, uni (8) ga qo‘yamiz va (7)-(6) boshlang‘ich masala yechimini hosil qilamiz:

$$n = \frac{n_{\infty} \cdot n_0}{n_0 + (n_{\infty} - n_0) \cdot e^{-kt}}, \quad n_{\infty} = \frac{k}{a} \quad (9)$$

Yechimni tahlil qilaylik.

Agar $n_0 = \frac{k}{a} = n_{\infty}$ bo‘lsa, yechim o‘zgarmas funksiyadan iborat:

$n = n_0$ (vaqt o‘tishi bilan bakteriyalar soni o‘zgarmaydi).

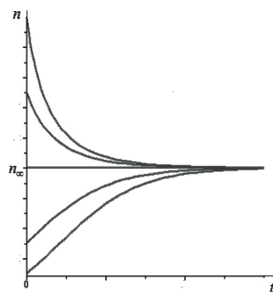
Agar boshlang‘ich qiymat $n_0 < n_{\infty}$ bo‘lsa, vaqt o‘tishi bilan bakteriyalar soni ortadi va n_{∞} ga intiladi.

Agar vaqt boshida bakteriyalar soni $n_0 > n_{\infty}$ bo‘lsa, keyingi paytlarda bakteriyalar soni kamayadi va vaqt o‘tishi bilan n_{∞} ga intiladi (rasm).

$$\frac{dn(t)}{dt} = k \cdot n(t) - a \cdot n^2(t)$$

tenglamaning yechimlari grafiklari

(integral chiziqlari) $n_{\infty} = \frac{k}{a}; \quad k > 0, \quad a > 0.$



Bir iqtisodiy masala. Sotuvchi bozorga muayyan mahsulotning bozordagi narxini (holatini) o'rganib sotishga chiqaradi. Xuddi shunday iste'molchilar ham narxning o'zgarishini kuzatib, sotib olinadigan mahsulotning miqdorini belgilaydilar. Taklif (sotishga taklif etilgan mahsulot miqdori) mahsulotlar miqdori va talab (xaridorning, iste'molchining bozordagi muayyan tovarlarga bo'lgan ehtiyojini qondirish uchun sotib olmoqchi bo'lgan va imkoniyatlari bilan ta'minlangan talabi miqdori) o'zgarish qonunini toping [6].

Masalaning shartida t paytdagi mahsulotning narxini $p = p(t)$ orqali belgilaylik; narxning o'zgarish tezligi $p' = p'(t)$ bo'ladi. Taklif $s = s(t)$ tovar (mahsulot, xizmat) narxi P bilan uning o'zgarish tezligi p' ga bog'liq deb hisoblab, bu bog'lanishni

$$s = a_1 p' + b_1 p + c_1 \quad (a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 = \text{const}) \quad (10)$$

kabi ifodalaymiz; bunda narx ortsa, odatda taklif ortadi (ko'payadi) va $b_1 > 0$ bo'ladi. Talabni $d = d(t)$ bilan belgilab,

$$d = a_2 p' + b_2 p + c_2 \quad (a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 = \text{const}) \quad (11)$$

sodda bog'lanishni qabul qilamiz; bunda narx ortsa, talab kamayadi va $b_2 < 0$ bo'ladi.

Bozordagi muvozanat taklif va talabning tengligini anglatadi. Tekshirishlar ko'rsatdiki, muayyan mahsulot uchun $s = 44p' + 2p - 1$, $d = 4p' - 2p + 39$ deb hisoblash mumkin ekan. Bu holda bozorda talab va taklifiing o'zaro tengligi (bozor muvozanati)

$$4p' - 2p + 39 = 44p' + 2p - 1 \quad \text{yoki} \quad p' = -\frac{1}{10}p - 1 \quad (12)$$

differensial tenglama hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamani yechilishini jurnalning keyingi sonida chop etamiz.



Mustaqil yechish uchun masalalar:

1. (4) formula c ning ixtiyoriy tayin qiymatida (3) differensial tenglamani qanoatlantirishiga ishonch hosil qiling.
2. $M_0(0;1)$ nuqtadan o'tuvchi va har bir nuqtasida urinmaning burchak koeffitsienti urinish nuqtasi absissasining ikkilanganiga teng egri chiziq topilsin.
3. $(1;1)$ nuqtadan o'tadiga egri chiziqning istalgan nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyenti shu nuqta ordinatasining kvadratiga proporsional. Shu egri chiziq topilsin.

Adabiyotlar:

1. Dilmurodov N. Oddiy diffeerensial tenglamalar. - T.: "Sano-standart" nashriyoti, 2019, - 476 b.
2. E.Sharipov. Application of Differential Equations in Academic Lyceums for Practical Presentation of Intersubject Communications. Eastern European Scientific Journal-Germany, 2017. №6. P.41-46. (DOI 10.12851/EEJ201706). 41-46 b.
3. N.Dilmurodov, E.Sharipov. Matematikaga ixtisoslashgan akademik litseylarda differensial tenglama elementlari. Qarshi DU Zamonaviy fizika va astronomiya muammolari. Respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallarining to'plami. Qarshi 2010 yil. 110-112 b.
4. Dilmurodov N. Oddiy diffeerensial tenglamalardan misollar, masalalar va topshiriqlar. – Qarshi: "Fan va ta'lim" nashriyoti, 2020. -322 b.
5. Dilmurodov N., Sharipov E. Matematikaga ixtisoslashgan akademik liseylarda differensial tenglama elementlari Fizika, matematika va informatika ilmiy uslubiy jurnal. Toshkent 2010. 3 -son 42-46 b.
6. M.A.Mirzaahmedov, Sh.N.Ismailov, A.Q.Amanov. Matematika. algebra va analiz asoslari geometriya. i qism. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 11-sinflari va o'rta maxsns, kasb-hunar ta'limi muassasalari uchun darslik. TOSHKENT 2018.

FIZIKA FANINI O'QITISHDA SIMULYATSION DASTURLAR HAQIDA DUNYO ILMIY JAMOATCHILIGINING QARASHLARI

Irkinov Ma'murjon Botirjon o'g'li, GDPI

I bosqich tayanch doktranti

Hozirgi vaqtda zamonaviy ta'lim tizimida raqamli texnologiyalarning o'rni juda keng miqyosida ortib bormoqda. Ayniqsa, fizika fanini o'qitishda simulyatsion dasturlar an'anaviy metodlarni to'ldiruvchi samarali vosita sifatida qaralmoqda. Ushbu maqolada simulyatsion dasturlar yordamida fizika fanini o'qitishning jahon ta'lim tizimidagi o'rni va istiqbollari haqida so'z boradi.

Kalit so'zlar: *Fizika ta'limi, simulyatsion dasturlar, virtual laboratoriyalar, STEM ta'lim, vizualizatsiya, interfaol.*

В настоящее время роль цифровых технологий в современной системе образования возрастает в огромных масштабах. Особенно в преподавании физики программы моделирования рассматриваются как эффективный инструмент, дополняющий традиционные методы. В статье рассматриваются роль и перспективы преподавания физики с использованием имитационных программ в мировой системе образования.

Ключевые слова: *Физическое образование, программы моделирования, виртуальные лаборатории, STEM-образование, визуализация, интерактивный*

Currently, the role of digital technologies in the modern education system is increasing on a large scale. In particular, in teaching physics, simulation programs are considered an effective tool that complements traditional methods. This article discusses the role and prospects of teaching physics using simulation programs in the world education system.



Key words: *Physics education, simulation programs, virtual laboratories, STEM education, visualization, interactive.*

Fizikaviy jarayonlarni tushuntirish va vizualizatsiya qilishda simulyatsion dasturlar beqiyos imkoniyatlarga ega. Kuchli simulyatsiya yordamida o'rgatish va uzatish qiyin bo'lgan ko'plab fizika fanlarini sodda va tushunarliroq qilish mumkin. Bundan tashqari, haqiqiy laboratoriyada qilish qiyin yoki talabalar tushunishi qiyin bo'lgan ba'zi tajribalarni simulyatsiyalar yordamida ancha soddalashtirish mumkin. Selcuk universitetining olimlari Ersin Bozkurt va Aslan Ilik fizika, kimyo, tabiiy fanlar va kompyuter o'qitish guruhlarida tahsil olgan 152 nafar talaba ustida tajriba olib borildi. Bu guruhlardan kompyuter va kimyo o'qitish guruhlari talabalari uchun darslar an'anaviy o'qitish usullari bo'yicha olib borilgan bo'lsa, fizika va tabiiy fanlar guruhlari talabalari uchun darslar kompyuter simulyatsiyasi orqali olib borildi. Simulyatsiyalar uchun PHET (2008) guruhi tomonidan tayyorlangan Java va Flash simulyatsiyalaridan foydalanilgan. Tahlillarga ko'ra, kompyuter simulyatsiyasi bilan o'qigan guruhlar an'anaviy usullar bilan o'qiganlarga qaraganda muvaffaqiyatliroq ekanligi aniqlangan [1]. Dars vaqti chegarasi va universitet darajasidagi fizikaning murakkabligi, ayniqsa, deyarli ko'rinmas mazmuni tufayli talabalar kamroq yoki sekin o'rganishi yoki ularni to'liq tushuna olmasligi mumkin. O'quv materiallari yoki aniq ko'rgazmali tajribalar fizikani samarali o'qitish uchun talabalarning nazariyalarni o'rganishini va har tomonlama tushunishlarini osonlashtirish uchun kerak. Shu munosabat bilan, hisob-kitob usullari taqdimoti bilan interfaol simulyatsiyalar o'quvchilarning mustaqil o'rganishini kuchaytirishi mumkin, o'qituvchilar esa ulardan o'quv materiallari sifatida foydalanishlari mumkin. Suan Sunandha Rajabhat universititing tadqiqotchi olimi Thanat Krobthong 2013 o'quv yilida "Fizika asoslari" fanidan o'tadigan Fan-texnika fakulteti talabalaridan 2 ta guruh tadqiqotchi tomonidan oddiy tasodifiy tanlama yordamida



tasodifiy tanlab olingan. Tajriba guruhidagi talabalar nazorat guruhi-dagi hamkasblariga qaraganda yuqori natijalarga erishganligi sababli, interaktiv fan simulyatsiyalaridan foydalanish Suan Sunandha Rajabhat universiteti talabalarining akademik ko'rsatkichlarini oshirganligini, u shbu topilma PHET kontsepsiyasiga muvofiq bo'lib, interfaol fan simulyatsiyalaridan ma'ruzalar, laboratoriya mashg'ulotlari va uy vazifa-lari bilan birgalikda foydalanilganda talabalarning yaxshi natijalarga erishishiga hissa qo'shishi mumkinligi ta'kidlangan. [2]. Shaxsiy tajribamdan kelib chiqib shuni aytishim mumkinki, simulyatsion dasturlar talabalarning qiziqishini sezilarli darajada oshiradi. Ular mavhum tushunchalarni o'z ko'zi bilan ko'rish va tajriba o'tkazish imkoniyatiga ega bo'lishadi. Misol uchun, fizikaning "Elektr va magnitizim" bo'limining mavzularini o'rganishda simulyatsiyon dasturlar foyda beradi. Shuningdek, an'anaviy usullar bilan taqqoslaganda, simulyatsiyalar orqali o'rganish nafaqat vaqtini tejaydi, balki murakkab jarayonlarni bosqich-ma-bosqich tushuntirish imkonini beradi.

Hozirgi vaqtda fan o'qituvchilari, masalan, Internet orqali mavjud bo'lgan kompyuter simulyatsiyalarining keng doirasini tanlashlari mumkin. Kompyuter simulyatsiyalari vizualizatsiya va tabiiy hodisalarning dinamik modellari bilan o'zaro ta'sir qilish orqali o'qitish va o'rganishni osonlashtirish uchun mo'ljallangan. Kompyuter simulyatsiyalari maktab laboratoriyasida xavfli, qimmat yoki boshqa yo'l bilan amalga oshirib bo'lmaydigan jismoniy hodisalar va tajribalarning ideal, dinamik va vizual tasvirlarini taklif qiladi. Kompyuter simulyatsiyalari tabiiy dunyoning soddalashtirilgan versiyalarini ko'rsatganligi sababli, ular o'quvchilar e'tiborini to'g'ridan-to'g'ri kerakli hodisaga qaratishi mumkin. Candida Sarabando, José P. Cravino, Armando A. Soares o'quvchilarning og'irlik va massa haqidagi fizika tushunchalarini o'rganishga kompyuter simulyatsiyasining hissasini Modellus dasturi yordamida ishlab chiqilgan simulyatsiyalar orqali 12-13 yoshli o'quvchilarda tajriba o'tkazishgan. Natija kompyuter simulyatsiyasidan foydalangan tala-



balar uchun yuqoriroq 40-58%, faqat eksperimental faoliyatdan foydalangan talabalar uchun umumiy o'sish 20-37% bo'lganligi aniqlangan. [3]. O'qituvchi sifatida men shuni aytishim mumkinki, simulyatsiyalar dars jarayonini samaraliroq qiladi. Ular o'quv materiallarini takrorlash yoki chuqurroq tushuntirish uchun qo'shimcha resurs sifatida ishlatilishi mumkin. Simulyatsiyalar orqali o'rganishning yana bir muhim jihati shundaki, ular talabalarning faolligini oshiradi. Fizikaning "Elektr va magnitizm" bo'limidagi magnit induksiya, magnit oqim, induksiya va o'zinduksiya kabi fizik tushunchalarni ham shunday simulyatsiyalar bilan tushuntirish talabalarda anchagina fizik bilimlarni oshiradi. An'anaviy darslarda faqat nazariy tushuntirish bo'lsa, simulyatsiyalar orqali talabalar o'zlari tajribalarni boshqarib, natijalarga bevosita ta'sir o'tkazishlari mumkin.

Bir nechta tadqiqotchilar kompyuter simulyatsiyasi talabalarga fizikani chuqurroq tushunishga yordam beradi va laboratoriya tajribalariga qaraganda ustunroq foyda keltirishi mumkin degan xulosaga kelishdi. O'qitishda simulyatsiyaning ko'plab shakllari uzoq vaqtdan beri qo'llanilgan bo'lsa-da, fanni o'qitishda kompyuterga asoslangan simulyatsiyadan foydalanish ayniqsa keng tarqalgan. Dasturiy ta'minotdan foydalangan holda simulyatsiyaga asoslangan o'rganish COVID-19 tufayli yanada kengroq bo'ldi. Pandemiya ta'lim muassasini onlayn ta'limni amalga oshirishga majbur qildi, bu esa odamlarni raqamli ravishda yetkazib berish mumkin bo'lgan simulyatsiyalar qanchalik foydali ekanligini tushunishga majbur qildi [4]. Mening fikrimcha, simulyatsiyalar yordamida o'rgangan talabalar mavzularni tezroq va samarali o'zlashtirishadi, chunki ular o'z tajribalariga asoslangan holda mantiqiy bog'liqliklarni ko'ra olishadi. Ayniqsa, murakkab tushunchalar bo'lgan elektromagnit hodisalar, kvant mexanikasi yoki optika bo'yicha mavzulari uchun juda foydali hisoblanadi.

Kompyuter simulyatsiyasi ko'rsatmalarni soddalashtiradi va uni haqiqiy qiladi. U kompyuterlardan ta'lim maqsadlarida foydalanishga



urg'u beradi, bu tobora keng tarqalmoqda. Turli axborot kommunikatsiya texnologiyalari (AKT) ilovalari orasida fizikani o'qitish va o'qitishda kompyuter simulyatsiyalari alohida ahamiyatga ega. Simulyatsiyalar o'qituvchilarning ta'lim salohiyatini oshirish va talabalarning faol ishtirokini osonlashtirishga qaratilgan yangi ta'lim muhitini taklif qiladi. Simulyatsiyalar o'quvchilarning oldingi bilimlari va yangi tushunchalarni o'rganishlari o'rtasida ko'prik bo'lib xizmat qiladi, shu bilan o'quvchilarning noto'g'ri tushunchalarini faol qayta shakllantirish orqali ilmiy tushunishni rivojlantirishga yordam beradi. Bugungi kunda o'qituvchilar va talabalar uchun fizik hodisalar va jarayonlarni taqdim etish va modellashtirish yoki fizika muammolarini hal qilishda yordam beradigan turli xil o'quv dasturlari mavjud. Kompyuter simulyatsiyalari o'rta maktabdan universitet fizikasini o'qitishgacha muvaffaqiyatli qo'llanildi. Ular kvant fizikasining muqobil kontseptsiyalarini diagnostika qilish va tuzatish va mexanika bo'yicha talabalarning muqobil tushunchalariga qarshi turish uchun ishlatilgan [5]. An'anaviy o'qitish usullarida ko'pincha nazariy tushuntirish va quruq formulalarga urg'u beriladi. Lekin simulyatsiyalar ushbu nazariyani jonlantirib, talabalar o'zlari faol ravishda ishtirok etishlari uchun imkoniyat yaratadi. Bu esa ularning fizika faniga bo'lgan qiziqishini oshiradi. O'qituvchi sifatida shuni ta'kidlashni istardimki, simulyatsiyalar o'quv jarayonini yanada samarali va qiziqarli qilishga yordam beradi. Ayniqsa, talabalarning qiziqishini saqlab qolish va ularni mavzuga jalb qilishda simulyatsiyalarning roli katta.

Kompyuter simulyatsiyasi optik hodisalar, to'lqin-zarralar ikkiligi, magnit va mexanik hodisalar, atom modellari, quyosh tizimi, havo harakati, uning o'zaro ta'siri va to'qnashuvi kabi tushunchalarni o'rgatish uchun ham qo'llaniladi, ularni an'anaviy sinf sharoitida o'qituvchilar osonlikcha o'rgata olmaydi. Tadqiqotchi Dr. Anastasia O. Udoh fizika ta'limi texnologiyasida (PhET) interaktiv simulyatsiyaga asoslangan ta'limning talabalarining mavhum tushunchalar bo'yicha



akademik yutuqlariga ta'sirini baholash bo'yicha o'z tajribasini olib borgan va ushbu mavhum tushunchalarni o'rgatish uchun kompyuter simulyatsiyasidan to'g'ri foydalanish o'qitish va o'rganishni osonlashtirishini ta'kidladilar. Simulyatsiya qilingan vizual materiallarning afzalliklari ham fizika o'qituvchilari, ham talabalar uchun mashhaqqatli mehnatni rag'batlantirish, fizika talabalarining sinfdagi mashg'ulotlarda ishtirokini yaxshilash, fizika talabalari va o'qituvchilariga tez fikr almashish, o'quv materiallari va o'qitish strategiyalarini tez almashishga yordam berish, fizika o'qituvchilari va talabalarga fizika fanidagi bilimlarini mustahkamlash va yangilashda yordam berishni o'z ichiga oladi [6]. Menimcha, fizikaning "Elektr va magnitizm" bo'limidagi murakkab tushuncha va jarayonlarni simulyatsiyalar orqali nafaqat tushunishni osonlashtiradi, balki talabalarni dars jarayonida faol ishtirok etishga undaydi. Ular nazariyani eslab qolishdan ko'ra, amaliy tajriba qilish orqali o'rganishga moyil bo'ladilar. Bu esa ularning bilimini mustahkamlashga yordam beradi.

Shuningdek, simulyatsion dasturlari quyidagi afzalliklarni taqdim etadi: Birinchidan, talabalar real hayotda kuzatish qiyin bo'lgan kvant mexanikasi, elektromagnetizm va termodinamika kabi mavzularni tushunish imkoniyatiga ega bo'ladi. Ikkinchidan, talabalar tajribalarni virtual muhitda o'tkazib, turli parametrlarni o'zgartirish orqali natijalarni kuzatish imkoniyatiga ega. Uchinchidan, mahalliy va xalqaro ta'lim muassasalarida laboratoriya jihozlari yetishmovchiligi muammosi mavjud. Simulyatsion dasturlar ushbu muammoni hal qilishga yordam beradi.

AQSh, Kanada, Germaniya va Yaponiya kabi mamlakatlarda simulyatsion dasturlar STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) ta'limining ajralmas qismi hisoblanadi. Xususan:

- **AQSh** – PhET Interactive Simulations dasturi Kolorado universiteti tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, mamlakatdagi ko'plab o'quv yurtlarida qo'llaniladi.



- **Germaniya** – Virtual laboratoriyalar va robototexnika bilan integratsiyalashgan ta'lim dasturlari keng joriy etilgan.

- **Finlandiya** – Simulyatsiyalarga asoslangan o'qitish metodikasi orqali o'quvchilarning mustaqil tahliliy fikrlashi rivojlantiriladi.

Dunyo bo'ylab o'tkazilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, simulyatsiyalardan foydalangan o'quvchilarning natijalari an'anaviy metodlardan foydalanilgan guruhdagilarga qaraganda yaxshiroq bo'ladi. Masalan:

➤ 2022-yilda Janubiy Koreyada o'tkazilgan tadqiqot natijalariga ko'ra, PhET dasturidan foydalangan talabalar an'anaviy laboratoriya tajribalariga asoslangan guruhga nisbatan 15-20% yuqori natijalarga erishgan.

➤ Kanadada o'tkazilgan tadqiqotlar interfaol simulyatsiyalar talabalar qiziqishini oshirish va fan bo'yicha tushunishni chuqurlashtirishga yordam berishini ko'rsatgan.

Fizika ta'limining kelajakdagi yo'nalishlari uchun o'qituvchilar va muassasalarga simulyatsiyon dasturlar bilan birlashtirilgan o'qitishning integratsiyalashgan yondashuvlarini qo'llashni davom ettirish va kengaytirish tavsiya etiladi. Shuningdek, sa'y-harakatlar turli fizika mavzularini qamrab oluvchi kengroq interfaol simulyatsiyalarni o'z ichiga olishi, bu vositalarning o'quv rejasiga mos kelishi va barcha talabalar uchun ochiq bo'lishini ta'minlashga qaratilishi kerak. Bundan tashqari, o'qituvchilar malakasini oshirish dasturlari ushbu innovatsion o'qitish usullarini samarali amalga oshirish uchun zarur bo'lgan ko'nikmalarni rivojlantirishga urg'u berishi kerak, bu esa o'qituvchilarga yanada dinamik va jozibador o'quv muhitini yaratishga imkon beradi. Ushbu yaxlit yondashuv, ehtimol, yanada mustahkam va qiziqarli fizika ta'limiga hissa qo'shib, o'quvchilarni haqiqiy dunyo muammolarini ishonch va malaka bilan hal qilishga tayyorlaydi.

Fizika fanini o'qitishda simulyatsion dasturlar jahon miqyosida ta'lim jarayonining ajralmas qismiga aylanmoqda. Ularning qo'llanili-



shi o'quv jarayonining sifatini oshirish, talabalar bilimini chuqurlashtirish va laboratoriya tajribalarining samaradorligini oshirishga yordam beradi. Kelajakda bunday dasturlar yanada takomillashib, sun'iy intellekt va kengaytirilgan reallik texnologiyalari bilan integratsiyalashishi kutilmoqda. Bu esa fizika ta'limining yangi bosqichga ko'tarilishiga xizmat qiladi.

Adabiyotlar:

1. Bozkurt E., Ilik A. The effect of computer simulations over students' beliefs on physics and physics success //Procedia-Social and Behavioral Sciences. – 2010. – T. 2. – №. 2. – C. 4587-4591.
2. Krobthong T. Teaching university physics by using interactive science simulations methods //Procedia-Social and Behavioral Sciences. – 2015. – T. 197. – C. 1811-1817.
3. Sarabando C., Cravino J. P., Soares A. A. Contribution of a computer simulation to students' learning of the physics concepts of weight and mass //Procedia Technology. – 2014. – T. 13. – C. 112-121.
4. Krisnadi D. et al. Computer simulation development for simulation-based learning in high-school Physics. – 2022.
5. Bakhsh K. et al. Computer simulated instruction and achievements of higher secondary school students in physics //Russian Law Journal. – 2023. – T. 11. – №. 2. – C. 855-858.
6. Udoh A. O. Assessment of the Impact of Physics Education Technology (PhET) Interactive Simulation-Based Learning on Academic Achievement of NCE Physics Students on Abstract Concepts. – 2025.



BO'LAJAK FIZIKA O'QITUVCHILARI EKSPERIMENTAL KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISHDA LABORATORIYA MASHG'ULOTLARINI TAKOMILLASHTIRISHNING IMKONIYATLARI

*A.A.Axmedov, NDU Fizika va astronomiya kafedrası professori,
p.f.d.(DSc)*

*E.A.Qudratov, NDU Fizika va astronomiya kafedrası dotsent v.b.
N.A.Soliyeva, Navoiy viloyati pedagogik mahorat markazi,
"Aniq va tabiiy fanlar metodikasi" kafedrası
katta o'qituvchisi*

Ushbu maqolada bo'lajak fizika o'qituvchilarini tayyorlashda ularning eksperimental kompetentligini rivojlantirish orqali talim sifatini oshirish va samaradorlikka erishish imkoniyatlari ochib berilgan.

Kalit so'zlar: *laboratoriya, kompetentli yondashuv, fizika o'qituvchisi, o'qitish uslubiyoti, texnik jihozlar va qurilmalarda, individual topshiriqlarni, kasbiy tayyorgarlik, maktab fizika laboratoriyasi.*

В данной статье раскрываются возможности повышения качества образования и достижения эффективности обучения будущих студентов-физиков за счет развития их экспериментальной компетентности.

Ключевые слова: *лаборатория, компетентный подход, физический экспериментатор, метод эксперимента, техническое оборудование и приборы, индивидуальные задания, профессиональная подготовка, школьная физическая лаборатория.*

This article reveals the possibilities of improving the quality of education and achieving the effectiveness of teaching future physics students by developing their experimental competence.



Keywords: *laboratory, competent approach, physics experimenter, experiment method, technical equipment and devices, individual assignments, professional training, school physics laboratory.*

Hozirgi kunda jamiyat hayotida kuzatilayotgan o'zgarish jarayonlari uning barcha jabhadagi faoliyatida, shu jumladan, ta'lim – shaxs dunyoqarashi rivojlantirishning asosiy tashkil etuvchisi bo'lgan ta'lim sohasida ham o'z aksini topmokda. Taraqqiyotning keskin rivojlanishi, jamiyat hayotidagi boshqarib bo'lmaydigan va bashorat qilib bo'lmaydigan o'zgarishlar, dunyo geosiyosatidagi manzaraning o'zgarishi, ilmiy tadqiqotlar va ularning hayotga tadbig'i oxirgi o'n yillikda ta'lim tizimiga qo'yilgan talablarning o'zgarishiga olib keldi.

Ta'lim tizimida axborotlar ko'lamining kengayib borishi fizika o'qitish tizimida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy etilishi, fan va texnologiyalarni shiddat bilan rivojlanayotgan tezkor zamonda o'quv jarayonida kompetentli yondashuvni taqozo qilayotgani hech kimga sir emas (1). Bo'lajak fizika o'qituvchisini fizika darsi jarayonida murakkab vaziyatlardan omilkorona foydalana olishi orqali chiqib keta olishi va qaror qabul qilishda muhim ahamiyatga ega bo'ladi. Kompetentli yondashuv orqali pedagogika oliy talim muassasalarida fizikani o'qitish metodikasini takomillashtirishda bo'lajak fizika o'qituvchilarini tayyorlashni yangi bosqichga olib chiqish, ta'lim sifatini oshirishga va raqobatbardosh kadrlar tayyorlashdek ustuvor masalani yechishga xizmat qiladi.

Prezidentimiz Sh.M.Mirziyoyevning "Tanqidiy tahlil, qat'iy tartib-intizom va shaxsiy javobgarlik – har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo'lishi kerak" asarida, ta'lim va ilm-fan davlatning yoshlarga doir siyosatini amalga oshirish ta'limning yangi zamonaviy usullarini, jumladan, axborot-kommunikasiya texnologiyalarini joriy etish sohasidagi ishlar ahvoli tanqidiy tahlil qilib berilgan edi. Bu sohada olib borayotgan keng miqyosli ishlarimizni, xususan, ta'lim-tarbiya



bo'yicha qabul qilingan umummilliy dasturlarimizni mantiqiy yakuniga yetkazishimiz zarur. Shu maqsadda hukumatning, tegishli vazirlik va idoralar hamda butun ta'lim tizimining, hurmatli domlalarimiz va professor-o'qituvchilarning eng muhim vazifasi – yosh avlodga puxta ta'lim berish, ularni jismoniy va ma'naviy yetuk insonlar etib tarbiyalashdan iboratdir. Farzandlarimiz uchun zamonaviy ish joylari yaratish, ularning hayotda munosib o'rin egallashini ta'minlashga qaratilgan ishlarimizni yangi bosqichga ko'tarishni davrning o'zi taqozo etmoqda [1, 2, 3]. Shuni ta'kidlash lozimki, fizika fanini o'qitish sifatini takomillashtirish va yuqori samaradorlikka erishishda kompetentli yondashuv asosidagina bo'lajak yuqori saviyali fizik o'qituvchilarini pedagogika oliy talim muassasalarida tayyorlanadi. Bunda talabalarga mashg'ulotlarda fizika o'qitish uslubiyotining zamonaviy yutuqlarini keng qamrab oluvchi imkoniyatlarini kompetentli yondashuv orqali ta'lim sifatini oshirish bo'lajak fizik o'qituvchisining kompetensiyasini rivojlantirish imkoniyatlarini beradi.

Murakkab pedagogik vaziyatlarda aniq yechimga kelish uchun ma'lumotlar yetarli bo'lmagan holda ilmiy - ijodiy yondashuv orqali xulosa chiqarish va qaror qabul qilish orqali holatdan chiqish - kompetentli yondashuv ko'rinishlaridan biridir.

Ta'lim tizimidagi ilg'or g'oya va texnologiyalarni qo'llanilishi fizika didaktikasi - mazmunini tashkil etuvchi umumiy nazariy savollar ko'lamini takomillashishi statistik g'oya va tushunchalarni qo'llanilishi sababli fizika o'qitish metodikasida o'zgacha yondashuvni talab etmoqda. Ta'limda o'qitish-o'rganishning bir tomoni bo'lsa, qolganlari – faol o'rganish va olgan bilimlarni o'zlashtirish, baholash, ijodiy faoliyat uning ikkinchi tomonidir.

Olib borayotgan tadqiqotlarimiz shuni ko'rsatadiki, kompetentlikni shakllantirish, o'rta umumta'lim maktablarida fizika kursini o'qitishdan boshlanadi. Umumiy o'rta talim maktablarida fizik laboratoriyasiga 7 sinfda - 3 ta laboratoriya ishi bo'lsa, 8 sinfda - 4 ta, 9 sinfda - 4 ta, 10



sinfda - 4 ta va 11 sinfda - 3 ta laboratoriya mavzulari ajritilgan bo'lib, jami 18 ta laboratoriya ishlari berilgan.

Tabiiy xolki, bugungi texnik taraqqiyot va suniiy intellekt rivojlanayotgan davrida yetarli emasligini xammamiz bilamiz, lekin bunga yetarli darajada etibor berilmayotganligini bu kelajakda ixtirochilar va navatorlar maktabini rivojlanishiga salbiy tasir o'tkazishi sir emas. Shunday ekan bu masalaga bugungi kundan etiborni kuchaytirish umumtalim maktablarida laboratoriya mashg'ulotlari soatni oshirish asosiy vazifaligini bilishimiz shart.

Oliy ta'lim muasssalarida laboratoriya mashg'ulotining asosi fizik praktikum hisoblanib, uni tashkil etish va o'tkazish uchun eksperimental malaka, ko'nikmalarning, shakllantirishda, umumlashtirishda, chuqurlashtirishda, takrorlashda asos bo'lib fizik bilimlar xizmat qiladi. Bo'lajak fizika o'qituvchisi kompetentligini, uning dunyoqarashini rivojlantirishda DTSlarda ko'rsatilgan laboratoriya mashg'ulotlarini bajarishga ko'rsatilgan me'yorlari ko'lamini kengaytirish orqali erishiladi. Tahliliy tadqiqotlar asosida eksperimental kompetentlikning asosiy belgilari aniqlandi.

Bo'lajak o'qituvchilarning professional tayyorgarlik darajasini oshirishda uning eksperimental kompetentligini rivojlantirishda o'quv fanida nazariy va amaliy jihatlarini chuqur bilishdan tashqari, uslubiy kompetensiyaga ega bo'lish, bugungi zarurat hisoblanadi. O'quv jarayoniga kompetensiyali yondashuv muammosini bugungi holati, bo'lajak fizik o'qituvchilar tayyorlashda muhim omil hisoblanib, quyidagi faktorlarni o'z ichiga qamrab oladi:

1. Kompetensiyali yondashuvni asosiy kategoriyalarini aniqlash va uni me'yoriy-huquqiy hujjatlar orqali mustahkamlash;

2. Mamlakatimizda milliy qadriyatlarni saqlagan holda kompetentli yondashuvning milliy modelini yaratish, uni bo'lajak o'qituvchilar tayyorlashdagi aniq va istiqbolli rejasini ishlab chiqish va ta'lim jarayoniga tatbiq etish;

3. Bo'lajak fizika o'qituvchilarini tayyorlashda, ta'lim tizimida uning faoliyatini mahsuldorligini ta'minlaydigan ta'lim menejmenti asoslarini takomillashtirish;

4. Kelajakda ma'nan yetuk, raqobatbardosh fizika o'qituvchilarni tayyorlashda, ularning qiziqishlari, texnik jihozlar va qurilmalarda ishlay bilish ko'nikmasini laboratoriya mashg'ulotlari o'tkazish jarayonida rivojlantira borish;

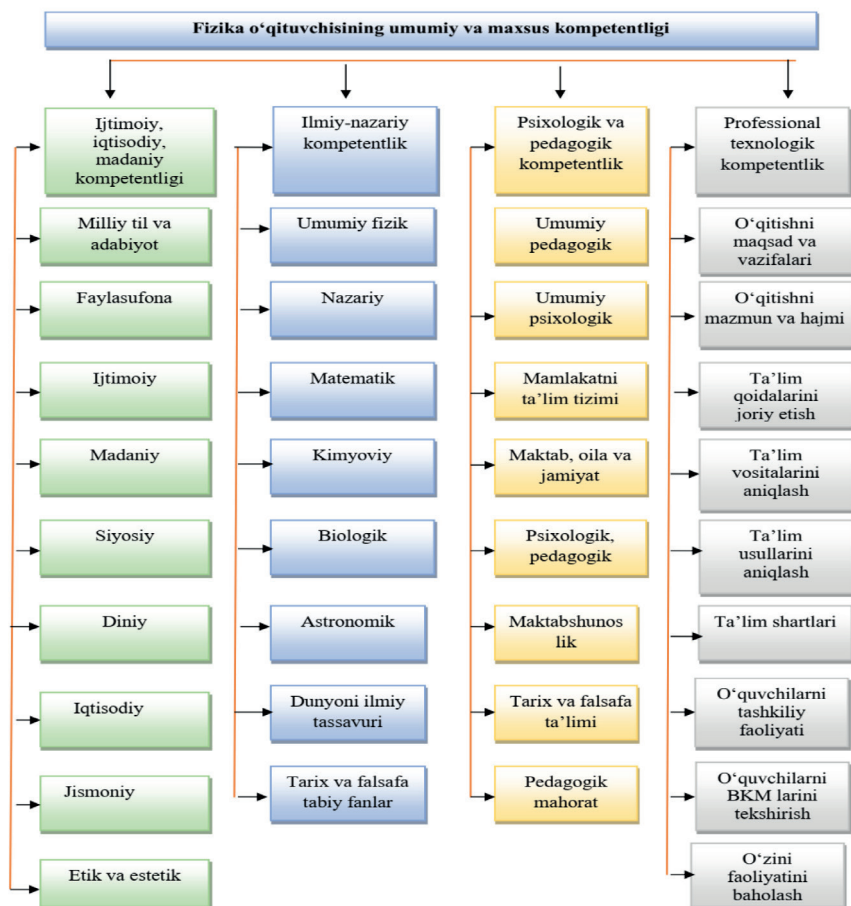
5. Ta'lim tizimidagi ustuvorlikni ta'minlash tayyorlanayotgan bo'lajak fizika o'qituvchilarning kasbiy tayyorgarligiga nazariya va amaliyot uyg'unligini o'rganish darajasidan tashqari, texnikaviy bilimdonlik kompetentligini shakllantirish;

Kompetentlik shaxsning individual sifati bo'lib, ma'lum kompetensiyalarga ega bo'lishni ko'zda tutadi. Kompetensiya – insonning konkret hayotiy vaziyatda effektiv faoliyati uchun, bilim ko'nikma va tashqi resurslarni harakatga keltirish uchun tayyorgarligidir. Kompetensiya – bilim, ko'nikma va malakadan farq qilib, uning ishlatilish vaqtida yoki vaziyatga javob qaytarishda namoyon bo'ladi. [4,5,6,7].

Olib borilayotgan pedagogik izlanishlar oliy talim muaassasalarida fizika yo'nalishida tahsil olayotgan talabalarda fizik praktikumdan o'quv mashg'ulotlari tashkil etishda yetarlicha kompetentlikka ega emasliklari birmuncha qiyinchiliklarga olib kelmoqda. Pedagogik tadqiqotlar va kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, laboratoriya mashg'uloti o'tkazadigan guruhlarda fizika-matematika fanlaridan tayyorgarligi va boshlang'ich eksperimental ko'nikmalarining rivojlanganlik kompetentligi turlicha bo'lgan talabalarning zamonaviy o'lchash qurilmalarida ishlash malakasining yetishmasligini, kasbiy kompetentligining past ekanligini ko'rsatmoqda. Bundan tashqari, guruhlarda eksperimental ishlarga nisbatan moyilligi bo'lmagan talabalar hamma vaqt topiladi. Shunga qaramasdan, bo'lajak fizika o'qituvchisi tayyorlayotgan pedagogika oliy o'quv yurtlari fizika-astronomiya ta'lim yo'nalishi bitiruvchisi,



fizikadan laboratoriya eksperimentini oʻtkaza olish kompetentligiga ega boʻlishi bilan birga, qoʻlda ham jihozlarni yigʻa olish malaka, koʻnikma, mahoratiga ega boʻlishi, oʻquv jarayoniga tadbiq etish kompetentligiga ega boʻlishini zamonaviy tahlil tizimi taqozo qilmoqda. (1-rasm).



Rasm-1. Fizika o'qituvchisining umumiy va maxsus kopetentlari.

Bo'lajak fizika o'qituvchisini tayyorlashda ularda talabalik davrida maktab, akademik litseylarda fizika kurslarini ilmiy asosini chuqur o'zlashtirish, tarixiy bosqichlarini bilish, pedagogik kompetentligini rivojlantirish orqali erishiladi. Buning uchun esa ular turli bosqichlarda fizika o'qitishda didaktikaning izchilik prinsipini amalda qo'llashni yaxshi bilishlari kerak. Ammo, pedagogika oliy talim muassasalarida o'qitish jarayonida bu masalaga yetarli darajada e'tibor bermoqda, deb bo'lmaydi. Ko'pchilik talabalar Universitetlarda olgan kompetentliklarini maktab fizika kurslarini o'qitishga tadbiiq etishda qiynaladilar. Buning asosiy sababi, umumta'lim maktablarida, akademik litseylarda fizikani o'qitish jarayonida o'quvchilarda fizikaviy tajribalarni tashkil etish va o'tkazishda kompetensiyalarini shakllantirish yetarli darajada emasligini ko'rsatmoqda. Ularning fizikaviy dunyoqarashida asosiy o'rinni dinamik qonuniyatlar egallab, ehtimoliy statistik qonuniyatlarga deyarli o'rin qolmagan. Bunday bo'lishiga sabab, pedagogika oliy o'quv yurtlarida o'qitiladigan umumiy fizika, nazariy fizika va fizika o'qitish metodikasi kurslari orasida izchilikni e'tiborga olmaslikdir. Umumtalim tizimidagi o'quv muassasalari takomillashgan dasturlarga o'tish orqali yangi o'quv darsliklari yaratilishi uning ilmiy darajasini ortishiga olib kelmoqda.

Xulosa qilib aytganda, namunaviy o'quv rejadagi laboratoriya mashg'ulotlarini hozirgi kun talablari darajasiga ko'tarish muammosi fizika fanini o'qitishda dolzarbligini saqlagan holda turibdi. Agarda amaliy mashg'ulotlarda talabalarda ixtiro va kashfiyotga bo'lgan qiziqishlarini rivojlantira olsak, tabiiy holki, mamlakatimiz fan va texnikasi, texnologiyasi va sanoati, shuningdek, iqtisodiyotimizning jadal rivojlanishiga munosib turtki bo'ladi.

Adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20-apreldagi PQ-2909-son Qarori //Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida. – Toshkent: 2017.



2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 5-iyundagi PQ-3775-sonli “Oliy ta’lim muassasalarida ta’lim sifatini oshirish va ularning mamlakatda amalga oshirilayotgan keng qamrovli islohatlarda faol ishtirokini ta’minlash bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi Qarori // O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlar to‘plami. – Toshkent: 2018.

3. A.A.Axmedov, M.Джораев. «Формирование компетентности будущего учителя физики на лабораторных занятиях» ИЛИМ ҲАМ ЖАМИЯТ. 2018. №1, 54-55 бетлар.

4. A.A.Axmedov, M.Джораев. «Физика фанидан лаборатория машгулотларини ўтказишнинг инновацион услибиёти» ВЕСТНИК. Каракалпакского Государственного Университета им. Бердаха. 2018 год, №2(39) стр 50-51.

5. A.A.Axmedov “Fizika mashg‘ulotlari jarayonida talabaning eksperimental kompetentligini ta’minlash” PEDAGOGIKA ilmiy-nazariy va metodik jurnal. 2018 yil №1, 81-88b.

6. A.A.Axmedov “Fizika fanini o‘qitishda kompetentli yondashuv imkoniyatlari” PEDAGIGIK MAHORAT ilmiy –nazariy jurnal, №1, 2018 yil 182-185 b.

7. Axmedov A.A., Kudratov Э.А., Хамраева С.Н. Использование принципа согласованности в совершенствовании лабораторных занятий по физике. Международной научно-практической конференции. Белоруссия. Мозыр. 2020 г.



PARAMETRLI ALGEBRAIK TENGLAMALARNI O'ZGARMASNI VARIATSIYALASH USULI BILAN YECHISH

*A.U. Arziqulov, O'zbekiston-Finlandiya pedagogika institut
dotsent
Q.K.Janiqulov, SamDU tadqiqotchi*

Ushbu maqolada algebraik tenglamalar o'zgarmasni variatsiyalash usuli orqali o'zidan past darajali tenglamaga keltirilib yechib ko'rsatilgan. Usulning mohiyati tenglama koeffitsiyentlaridan birini variatsiyalab yaniy yangi parameter bilan almashtirib, hosil bo'lgan tenglamani yangi parametrga nisbatan yechib, topilgan ildizlarni variatsiyalangan o'zgarmasga tenglashtirib, berilgan tenglamaning yechimlarini topishdan iborat.

Kalit so'zlar: *algebraik tenglama, tenglamaning darajasi, aniqlanish sohasi, variatsiyalash, irratsional tenglama, an'anaviy usul, yechim, ildiz, parametr, chet ildiz.*

В данной статье показано, как решаются алгебраические уравнения путем сведения их к уравнению низшего порядка с использованием метода вариации постоянной. Суть метода заключается в нахождении решений заданного уравнения путем варьирования одного из коэффициентов уравнения, то есть замены его новым параметром, решения полученного уравнения относительно нового параметра, приравнивания найденных корней варьированной константе и т. д.

Ключевые слова: *алгебраическое уравнение, степень уравнения, область определения, вариация, иррациональное уравнение, традиционный метод, решение, корень, параметр, посторонний корень.*

In this article, algebraic equations are solved by reducing the constant to a lower-order equation using the method of variation of the



constant. The essence of the method is to vary one of the coefficients of the equation, that is, replace it with a new parameter, solve the resulting equation with respect to the new parameter, and find solutions to the given equation by equating the found roots to the varied constant.

Key words: *algebraik equation, degree of the equation, domain of determination, variation, irrational equation, traditional method, solution, root, parameter, extraneous root.*

Algebraik tenglamada qatnashgan o'zgarmaslardan birini variatsiyalab ya'ni suniy ravishda o'zgarmasning o'rniga yangi parametrlarni kiritib, hosil bo'lgan berilgan tenglamadan past darajali yangi parametrlar tenglamani ushbu parametrga nisbatan yechib, topilgan yechimni tenglamadagi variatsiyalangan o'zgarmasga tenglashtirib, berilgan tenglamaning yechimlarini topish usulini keltiramiz. Bu usul birjinsli bo'lmagan oddiy chiziqli differensial tenglamalarni unga mos birjinsli differensial tenglamaning umumiy yechimida qatnashgan o'zgarmaslarni variatsiyalash usuli (Lagranj usuli) ga ma'lum ma'noda o'xshashdir. Bu usulning mohiyatini misollar yechish orqali tushuntiramiz.

Adabiyot sharhi. Parametrlar tenglamalarni yechishning amaliyotda ko'p qo'llaniladigan usullari sifatida quyidagi usullarni keltirish mumkin: analitik, grafik, parametrga nisbatan yechish va funksional ya'ni funksiyalarning asosiy xossalariidan foydalanib yechish. Bu usullar boyicha quyidagi adabiyotlarda masalalar yechib ko'rsatilgan: [1] - [9]. Maqolada taklif etilgan "o'zgarmasni variatsiyalash" deb nomlangan usul bo'yicha [2], [4], [5], [6], [9] adabiyotlarda ham misollar qaralgan, lekin usul sifatida alohida urg'u berilmagan.

Tahlil va natijalar. Parametrlarga bog'liq va bog'liq bo'lmagan irratsional tenglamalarni irratsionallikdan qutqarish natijasida uchinchi va to'rtinchi (yuqori) darajali algebraik tenglamalar paydo bo'ladi. Bunday tenglamalarni yechish uchun asosan Kardano va Ferrari

usullaridan foydalaniladi, beshinchi va undan yuqori darajali algebraik tenglamalarnı yechishning umumiy algoritmi mavjud emas. Parametrik tenglamalarnı yechishning an'anaviy usullari ham yuqori darajali algebraik tenglamalarnı yechishga keltiriladi. An'anaviy usullarning birortasi ham tenglamaning darajasini pasayishga olib kelmaydi. Biz taklif qilayotgan o'zgarımasnı variatsiyalash usulı esa variatsiyalangan parametrga nisbatan berilgan algebraik tenglamaning darajasidan past darajali algebraik tenglamani yechishga keltiriladi. Bitta muhim xususiy holni alohida ta'kidlab o'tamiz: agar algebraik tenglamaning barcha koeffitsiyentlarini biror o'zgarımas sonning darajalari va bir soni orqali ifodalash imkoniyati bo'lsa, u holda o'sha o'zgarımas sonni variatsiyalash yangi parametrga nisbatan past darajali algebraik tenglamaga olib kelishi mumkin.

Avvalo oddiy irratsional tenglamalarnı an'anaviy va o'zgarımasnı variatsiyalash usullari bilan qiyoslab yechib ko'rsatamiz.

1-misol. $x - 4 = \sqrt{x + 4}$ tenglamani yeching.

Yechish. 1-usul (An'anaviy). Tenglamaning aniqlanish sohasini topib, ikkala tomonini kvadratga ko'tarib kvadrat tenglamaga keltirib yechamiz:

$$x \geq -4, x^2 - 9x + 12 = 0, x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

2-usul (O'zgarımasnı variatsiyalash). 1) Berilgan tenglamada $4 = a$ deb parametr kiritamiz. 2) Ikkala tomonini kvadratga ko'tarib yangi parametrga nisbatan hosil bo'lgan kvadrat tenglamani yechamiz:

$$x - a = \sqrt{x + a}, x^2 - 2ax + a^2 = x + a, \\ a^2 - (2x + 1)a + x^2 - x = 0,$$

diskriminantni hisolaymiz: $D = 8x + 1$ va ildizlarini yozamiz:

$$a_{1,2} = \frac{2x + 1 \pm \sqrt{8x + 1}}{2} \text{ endi topilgan ildizlarnı parametrning}$$



tenglamadagi qiymati bilan tenglashtirib, hosil bo'lgan tenglamalarni asosiy o'zgaruvchiga nisbatan yechamiz:

$$1) \frac{2x+1+\sqrt{8x+1}}{2} = 4 \text{ natijada birinchi usuldagi tenglama hosil}$$

bo'ladi.

$$x^2 - 9x + 12 = 0, x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

$$2) \frac{2x+1-\sqrt{8x+1}}{2} = 4, x^2 - 9x + 12 = 0, x_{3,4} = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

Tenglamaning aniqlanish sohasini hisobga olib, javobni yozamiz.

$$\text{Javob: } x = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

2-misol. $2x - 3 = \sqrt{3x - 3}$ tenglamani yeching.

Yechish. 1-usul. Aniqlanish sohasi

$$3x - 3 \geq 0, x \geq 1. (2x - 3)^2 = 3x - 3,$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 3x - 3, 4x^2 - 15x + 12 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{33}}{8}, x_1 = \frac{15 - \sqrt{33}}{8}, x_2 = \frac{15 + \sqrt{33}}{8}.$$

$$\text{Javob: } x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{33}}{8}.$$

2-usul. 1) $3 = a$ deb parametr kiritamiz. 2) Parametrga nisbatan kvadrat tenglamani yechamiz:

$$2x - a = \sqrt{3x - a}, a^2 - (4x - 1)a + 4x^2 - 3x = 0,$$



$$D = 4x + 1, \quad a_{1,2} = \frac{4x - 1 \pm \sqrt{4x + 1}}{2}.$$

1. $a_1 = 3$ ni yechamiz:

$$\frac{4x - 1 \pm \sqrt{4x + 1}}{2} = 3, \quad 4x^2 - 15x + 12 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{33}}{8}.$$

2. Xuddı shunday $a_2 = 3$ tenglama ham yechiladi:

$$4x^2 - 15x + 12 = 0, \quad x_{2,3} = \frac{15 \pm \sqrt{33}}{8}.$$

$$\text{Javob: } x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{33}}{8}.$$

3-misol. Bitta parametrga bog'liq irratsional $ax^2 - 2 = \sqrt{ax + 2}$ tenglamani yeching.

Yechish. 1-usul (An'anaviy). Ikkala tomonini kvadratga ko'tarib, to'rtinchi darajali tenglamani yechishga keladi: $(ax^2 - 2)^2 = ax + 2$, $a^2x^4 - 4ax^2 - ax + 2 = 0$.

2-usul (Variatsiyalash). 1) $2 = c$ deb parametr kiritamiz. 2) c parametrga nisbatan kvadrat tenglamani yechamiz.

$$(ax^2 - c)^2 = ax + c, \quad c^2 - (2ax + 1)c + a^2x^4 - ax = 0,$$

$$c_{1,2} = \frac{2ax^2 + 1 \pm \sqrt{4ax^2 + 4ax + 1}}{2}.$$

$$c_1 = \frac{2ax^2 + 1 + \sqrt{4ax^2 + 4ax + 1}}{2} = 2.$$

$$2ax^2 + 1 + \sqrt{4ax^2 + 4ax + 1} = 4,$$



$$\sqrt{4ax^2 + 4ax + 1} = -2ax^2 + 3,$$

$$4ax^2 + 4ax + 1 = 4a^2x^4 - 12ax^2 + 9,$$

$a^2x^4 - 4ax^2 - ax + 2 = 0$ kvadrat tenglamani yechamiz. Ikkala usulda ham bitta kvadrat tenglamani yechishga keltirildi.

4-misol. $a^2x^2 - 5 = \sqrt{ax + 5}$ tenglamani yeching.

Yechish. 1-usul (*An'anaviy*). Tenglamani aniqlanish sohasi: Irratsionallikdan qutilib $(a^2x^2 - 5)^2 = ax + 5$ to'rtinchi darajali tenglama hosil qilamiz $a^4x^4 - 10a^2x^2 - ax + 20 = 0$.

2-usul (*Variatsiyalash*). 1) $5 = y$ deb parametr kiritamiz. 2) Parametrga nisbatan kvadrat tenglamani yechamiz.

$$(a^2x^2 - y)^2 = ax + y, \quad y^2 - (2a^2x^2 + 1)y + a^4x^4 - ax = 0,$$

$$D = (2ax + 1)^2, \quad y_{1,2} = \frac{2a^2x^2 + 1 \pm (2ax + 1)}{2}.$$

3) $y_{1,2} = 5$, tenglamani yechamiz

$$a^2x^2 - ax = 5, \quad a^2x^2 - ax - 5 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{a \pm \sqrt{21a^2}}{2a^2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}.$$

$$\text{Javob: } x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}.$$

Endi o'zgarasni variatsiyalash usuli bilan yuqori darajali algebraik tenglamalarni o'zidan past darajali tenglamalarga keltirib yechishga doir masalalarni qaraymiz:

5-misol. Uchinchi darajali $x^3 - 26x - 5 = 0$ tenglamani yeching.



Yechish:1-usul (An'anaviy). Kub tenglamani yechish formulalari orqali yechiladi.

2-usul.(O'zgarmanli variatsiyalash). Avvalo tenglama koefisientlarini 1 va 5 orqali ifodalab olamiz.

$$x^3 - 26x - 5 = 0, x^3 - 5^2x - x - 5 = 0, 5^2x + 5 - (x^3 - x) = 0,$$

1) $5 = t$ deb parametr kiritamiz.

2) t ga nisbatan kvadrat tenglama yechamiz.

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4x(x^3 - x)}}{2x} = \frac{-1 \pm \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}}{2x} = \frac{-1 \pm (2x^2 - 1)}{2x},$$

$$\left\{ \begin{aligned} |2x^2 - 1| &= 2x^2 - 1, \Rightarrow \left(\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty \right) \right) \Rightarrow \\ |2x^2 - 1| &= 1 - 2x^2. \quad \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \end{aligned} \right.$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm (2x^2 - 1)}{2x},$$

$$t_1 = \frac{-1 - (2x^2 - 1)}{2x} = \frac{-1 + 2x^2 + 1}{2x} = x, x_1 = 5.$$

$$t_2 = \frac{-1 + (2x^2 - 1)}{2x} = \frac{-1 + 2x^2 - 1}{2x} = \frac{-2 + 2x^2}{2x},$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0, x_2 = \frac{5 - \sqrt{26}}{2}, x_3 = \frac{5 + \sqrt{26}}{2}.$$



$$\text{Javob: } x_1 = 5, x_2 = \frac{5 - \sqrt{26}}{2}, x_3 = \frac{5 + \sqrt{26}}{2}.$$

6-misol. To‘rtinchi darajali algebraik tenglamani yeching.

Yechish. 1-usul. (Ferrare usuli).

2-usul (Variatsiyalash). Tenglamaning koeffitsientlari 1 va 5 lar orqali ifodalangan. 1) Bu tenglamada $5 = k$ deb parameter kiritamiz.

2) k ga nisbatan kvadrat tenglama hosil bo‘ladi, uni yechamiz:

$$k^2 - (2x^2 + x)k + x^4 + x^2 = 0,$$

$$k_{1,2} = \frac{2x^2 + x \pm \sqrt{(2x^2 + x)^2 - 4(x^4 + x^2)}}{2} = \frac{2x^2 + x \pm |x|}{2},$$

$$\begin{cases} |x| = x, & x \geq 0, \\ |x| = -x, & x < 0. \end{cases}$$

3)

$$\begin{cases} k_1 = \frac{2x^2 + x + x}{2} = 5, \\ k_2 = \frac{2x^2 + x - x}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 5 = 0, \\ x^2 = 5, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}, x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ x_3 = -\sqrt{5}, x_4 = \sqrt{5}. \end{cases}$$

$$\text{Javob: } x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}, x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}, x_3 = -\sqrt{5}, x_4 = \sqrt{5}.$$

7-misol. Oltinchi darajali algebraik $x^6 - 7x^2 + \sqrt{6} = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. O'zgarımasnı variatsiyalash usulı bilan yechamiz. 1) Bu tenglamada $\sqrt{6} = z$ deb parameter kiritamiz. 2) z ga nisbatan kvadrat tenglama hosil bo'ladi uni yechamiz:

$$x^2 z^2 - z + (x^2 - x^6) = 0, z_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4x^2(x^2 - x^6)}}{2x^2} = \frac{1 \pm |2x^4 - 1|}{2x^2},$$

$$\begin{cases} |2x^4 - 1| = 2x^4 - 1, \\ |2x^4 - 1| = 1 - 2x^4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt[4]{2}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; +\infty \right) \\ \left[-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \right] \end{cases}$$

3) Tenglamani yechamiz

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1 - (2x^4 - 1)}{2x^2} = \sqrt{6}, \\ z_2 = \frac{1 + (2x^4 - 1)}{2x^2} = \sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^4 - \sqrt{6}x - 1 = 0, \\ x^2 = \sqrt{6}, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = -\sqrt[4]{\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}}, x_2 = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}} \\ x_3 = -\sqrt[4]{6}, x_4 = \sqrt[4]{6}. \end{cases}$$

Javob:

$$x_1 = -\sqrt[4]{\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}}, x_2 = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}}, x_3 = -\sqrt[4]{6}, x_4 = \sqrt[4]{6}.$$



Mazkur, o'zgarmasni variatsiyalash usuli tenglamada koeffitsiyent sifatida qatnashgan o'zgarmaslardan birini yangi parametr bilan almashtirib, ma'lum sinfga kiruvchi irratsional va yuqori darajali algebraik tenglamalarning darajalarini pasaytirib, kvadrat tenglamalarga keltirib yechish imkoniyatini beradi.

Adabiyotlar:

1. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. К. 1992. – 290 с.
2. Мирошин В.В. Решение задач с параметрами. Теория и практика. - М.: Изд. “Экзамен”, 2009. - 286 с.(174-175 с).
3. Alixonov S. Matematika o'qitish metodikasi. Darslik. “Cho'lpon”, T.: -2011.
4. Далингер В.А. Задачи с параметрами: учебное пособие. - Омск: Издательство ООО «Амфора», 2012. - 961 с. (15 - 16 с).
5. Z.Turdaliyev. Super matematika 2. Toshkent: Akademnashr, 2020. 272-bet.
6. Z.Turdaliyev. Super matematika 3. Toshkent: Akademnashr, 2020. 272-bet.
7. Janiqulov Q.K. Parametrli tenglamalarni har xil usulda yechish. “Algebra va analizning dolzarb masalalari” mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari. Termiz. 2022-yil 18-19 noyabr. 261-263 betlar.
8. Arziqulov A.U., Janiqulov Q.K. About methods for solving parameter-dependent equations // Researchjet Journal of analysis and Inventions January. – 09.01.2022 – P. 96 – 103.
9. Janiqulov Q.K. On a method for solving parametrik equations with respect to a parametr // ISSN: 2795-8612. European Journal of nonformal Education. 20.02.2023 – P. 75-78.



INNOVATIVE APPROACHES TO SOLVING PARAMETRIC EQUATIONS: A CASE STUDY USING GEOGEBRA

R.R. Khamraeva, Westminster International University

Ushbu maqolada GeoGebra dasturining – dinamik grafikaviy dasturiy ta'minot - parametrik tenglamalarni o'qitish va o'rganish samaradorligini oshirishdagi roli tahlil qilinadi. Olimpiada darajasi-dagi matematik masala, ya'ni bo'lakli funksiya va parametrik aylanani o'z ichiga olgan topshiriq misolida, texnologiyalardan foydalanish o'quvchilarda chuqur konseptual tushunchani shakllantirishi, izlanish faoliyatini rag'batlantirishi va vizualizatsiya jarayonini soddalashtirishi ko'rsatib beriladi. Murakkab algebraik va geometrik shakllar o'rtasidagi kesishish nuqtalari xatti-harakatini tahlil qilish orqali berilgan topshiriqning o'quv ahamiyati yoritiladi. Maqolada matematika ta'limi metodikasiga zamonaviy texnologiyalarni o'rta va oliy ta'lim tizimiga samarali integratsiya qilish imkoniyatlari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: *parametrik tenglamalar, GeoGebra, matematik vizualizatsiya, bo'lakli funksiya, texnologik integratsiya, ta'limda grafik vositalar, matematika ta'limi.*

В данной статье рассматривается, как GeoGebra - динамическое графическое программное обеспечение - способствует улучшению преподавания и изучения параметрических уравнений. На примере олимпиадной математической задачи, включающей кусочно-заданную функцию и параметрическую окружность, демонстрируется, как использование технологий способствует глубокому концептуальному пониманию, стимулирует исследовательскую деятельность и упрощает процесс визуализации. Анализируется конкретное задание с целью показать поведение точек пересечения между сложными



алгебраическими и геометрическими формами. Статья вносит вклад в методику преподавания математики, показывая эффективную интеграцию технологий в систему среднего и высшего образования.

Ключевые слова: параметрические уравнения, GeoGebra, математическая визуализация, кусочно-заданная функция, интеграция технологий, графические инструменты в образовании, преподавание математики.

This article explores how GeoGebra, a dynamic graphing technology, enhances the teaching and learning of parametric equations. Focusing on an Olympiad level mathematical problem involving a piecewise function and a parametric circle, the article demonstrates how technology enables deep conceptual understanding, promotes exploration, and simplifies visualization. A sample task is dissected to show the intersection behavior between complex algebraic and geometric forms. The article contributes to mathematics pedagogy by demonstrating technology integration in secondary and tertiary education.

Keywords: parametric equations, GeoGebra, mathematical visualization, piecewise function, technology integration, educational graphing tools, mathematics education.

Parametric equations are essential in representing dynamic relationships in mathematics. They often involve parameters that affect the shape or location of curves, making them powerful tools for modeling real-world phenomena. However, due to their complexity and reliance on abstract reasoning, parametric tasks can be challenging for learners.

Integrating technology-particularly graphing software like GeoGebra-can bridge this gap by allowing students and educators to manipulate parameters and instantly visualize the impact on graphs. This article focuses on a case study where GeoGebra is used to investigate

a mathematical problem involving both piecewise and parametric components.

Literature Review

Research consistently supports the use of dynamic mathematics software (DMS) in enhancing students' understanding of algebraic and geometric relationships. GeoGebra, as one of the most accessible DMS tools, has been found to:

- Improve visualization skills [1];
- Encourage exploratory and inquiry-based learning [2];
- Support conceptual connections in mathematics [3].

Studies by Ruthven, K., Hennessy, S., & Delaney, R. [4] and Drijvers, P., et al. [5] highlight how graphing technology enhances students' engagement, allows manipulation of mathematical models, and fosters better interpretation of parameters. Specifically, for parametric equations, visualization tools help in identifying how parameter changes affect the shape, size, or location of the curves.

Task Analysis: A Parametric Intersection Problem

We examine a simultaneous equation task [6]:

Task. Find values of a when these equations have only 3 common points.

$$\begin{cases} y = \frac{x^2 - x - 2}{|x - 2|} + \frac{x^2 - 3x}{|x|} \\ x^2 - 2x + y^2 + 1 = a^2 \end{cases}$$

This task features a rational piecewise function and a parametric circle centered at (1,0), with a radius a [7]. The first expression results in a graph with discontinuities at $x = 0$ and $x = 2$. (Figure 1). The second equation is a standard form of a circle, where a controls its radius. (Figure 2).

$$y = \frac{x^2 - x - 2}{|x - 2|} + \frac{x^2 - 3x}{|x|}, \quad y = \frac{(x - 2)(x + 1)}{|x - 2|} + \frac{x(x - 3)}{|x|}$$



Let us break this down:

- $\frac{(x-2)(x+1)}{|x-2|}$ depends on the sign of $(x-2)$

- $\frac{x(x-3)}{|x|}$ changes with the sign of x .

$$y = \begin{cases} -2x + 2, & x < 0 \\ -4, & 0 < x < 2 \\ 2x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

These generate a symmetric graph with branches and sharp transitions.

Figure 1. Graph of the first function showing discontinuities at $x = 0$ and $x = 2$.

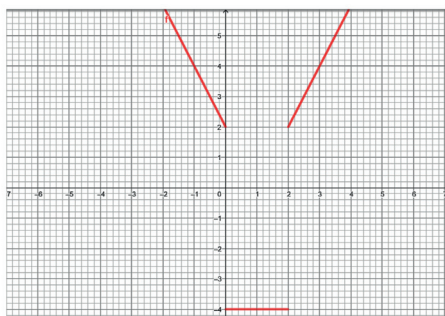
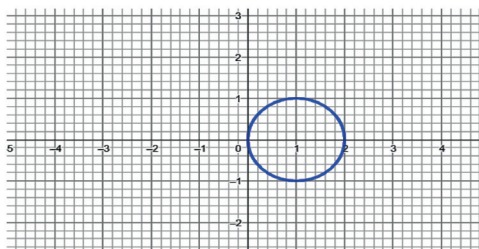
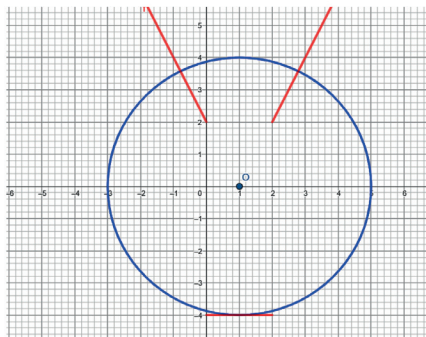


Figure 2. Graph of the parametric circle $(x-1)^2 + y^2 = a^2$ for $a = 1$.



Using GeoGebra's slider dynamically. The aim was to function at exactly three points.

Figure 3. Overlay of the circle and the function showing 3 intersections for $a = 4$. Through visual manipulation, it was determined that, when $a = 4$ the circle is tangent to the middle segment and intersects the two side branches. (Figure 3). Thus, the solution is: $a = 4$.



Pedagogical Implications of GeoGebra

GeoGebra facilitates mathematical exploration by offering:

- Interactive graphing and dynamic modeling
- Immediate visual feedback
- Opportunities for hypothesis testing and conceptual

reinforcement

In classroom settings, this task was tested with university students during an algebra and geometry seminar. Students used GeoGebra to test multiple parameter values, allowing them to visualize real-time changes and formulate hypotheses. The combination of analytical and graphical strategies increased their confidence and deepened their understanding.

Such visualization enhances comprehension and retention. For educators, it opens avenues to present abstract ideas in more concrete and accessible formats. Parametric problems that traditionally appear intimidating can be tackled with clarity using visual experimentation.

Conclusion

Using GeoGebra to solve parametric equations bridges the gap between abstract reasoning and visual intuition. This approach not only deepens learners' understanding but also supports active inquiry and engagement in the mathematics classroom.



Future work may extend these practices into curriculum design, teacher training, and assessment models where dynamic software becomes central to instruction.

References:

1. Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on Technology in Mathematics Education: A Perspective of Constructs. In *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 1169–1207). NCTM. https://www.cadrek12.org/sites/default/files/Olive_2011_Keynote%20Technology%20in%20Math%20Ed.pdf
2. Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. & Lavicza, Z. (2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135–146. Waynesville, NC USA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE). Retrieved from <https://www.learntechlib.org/primary/p/30304/>.
3. Fahlberg-Stojanovska, L., & Stojanovski, V. (2009). GeoGebra—Freedom to Explore and Learn. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 28(2), 69–75. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrp003>
4. Ruthven, K., Hennessy, S., & Deane, R. (2008). Constructions of dynamic geometry use in classrooms: A case study. *Educational Studies in Mathematics*, 68(2), 173–192. DOI:10.1016/j.compedu.2007.05.013
5. Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213–234. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5>
6. Иванов А.П. Математика для подготовки к олимпиадам. Учебное пособие. – М.: Физматкнига, 2014. -214 с. www.fizmatkniga.ru
7. GeoGebra solution: <https://www.geogebra.org/m/tkbbvvyvg>



MAKTAB O'QUVCHILARIDA MOLIYAVIY SAVODXONLIKNI RIVOJLANTIRISHDA MATEMATIKA DARSINING IMKONIYATLARIDAN FOYDALANISH

M.A.Qalandarova, Sh.Rashidov nomidagi SDUmustaqil tadqiqotchi

Mazkur maqolada maktab o'quvchilarida moliyaviy savodxonlikni shakllantirish jarayonida matematika fanining imkoniyatlaridan foydalanish muhokama qilinadi. Moliya va iqtisodiy tushunchalarni matematika darslariga integratsiyalash orqali o'quvchilarning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirish yo'llari tahlil qilinadi. Maqolada foiz hisobi, byudjet tuzish, kredit va depozit tushunchalarini o'rgatish usullari ko'rib chiqilib, xorijiy tajriba asosida metodik yondashuvlar taklif etiladi. Izlanish natijalari shuni ko'rsatadiki, matematika darslarida moliyaviy savodxonlik elementlarini kiritish o'quvchilarning iqtisodiy tafakkurini rivojlantirishga ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: *Moliyaviy savodxonlik, matematika ta'limi, iqtisodiy tafakkur, maktab o'quvchilari, foiz hisoblari, budjet rejalashtirish, kredit va depozit, real hayotiy masalalar, funksional savodxonlik, ta'lim metodikasi.*

В этой статье будет обсуждаться использование возможности математики в формировании финансовой грамотности в школьниках. Будут проанализированы способы развития практических навыков студентов посредством интеграции финансовых и экономических концепций в классах математики. В статье обсуждаются бухгалтерский учет процентов, бюджетизация, методы обучения концепций кредитования и депозитов, а также методические подходы, основанные на иностранном опыте. Результаты исследования показывают, что внедрение элементов финансовой грамотности



в классах математики оказывает положительное влияние на развитие экономического мышления учащихся.

Ключевые слова: финансовая грамотность, экономическое образование, экономическое мышление, бюджеты, бюджетное планирование, кредит и депозит, функциональная грамотность, методы образования.

This article discusses the use of the opportunities of mathematics in the formation of financial literacy at schoolchildren. Ways to develop students' practical skills through the integration of financial and economic concepts in math classes will be analyzed. The article analyzes the interest for accounting, budgetization, methods of training concepts of credit and deposits, and methodical approaches based on foreign experience. The results of the study show the introduction of financial literacy elements in mathematics classes has a positive impact on the development of student economic thinking.

Keywords: financial literacy, economic education, economic thinking, budgets, budgetary planning, credit and deposit, functional literacy, methods of education.

Moliya savodxonligi zamonaviy jamiyatning ajralmas qismi bo'lib, yosh avlodning kelajakdagi iqtisodiy barqarorligi va mustaqil qaror qabul qilish qobiliyatini oshirishda muhim ahamiyatga ega. Dunyo iqtisodiyotining jadal rivojlanishi va bozor munosabatlarining murakkablashishi tufayli moliyaviy savodxonlik nafaqat kattalar, balki maktab o'quvchilari uchun ham muhim ko'nikma bo'lib bormoqda. Ushbu savodxonlik yosh avlodga shaxsiy byudjetni yuritish, tejamkorlik tamoyillariga rioya qilish, sarmoya kiritish va moliyaviy tavakkalchiliklarni anglash kabi muhim iqtisodiy bilimlarni egallash imkoniyatini beradi.

Maktab ta'limida moliyaviy savodxonlikni rivojlantirish turli fanlar orqali amalga oshirilishi mumkin, biroq matematika fani bu jarayonda

yetakchi o'rin egallaydi. Matematika orqali o'quvchilar moliyaviy masalalarni aniq tahlil qilish, hisob-kitoblar orqali iqtisodiy xulosa chiqarish va qaror qabul qilish ko'nikmalarini shakllantirishi mumkin. Ayniqsa, foizlar, kredit va depozit hisoblari, inflyatsiya va deflyatsiya kabi iqtisodiy tushunchalar matematika darslarida tabiiy ravishda o'z ifodasini topadi.

Matematika darslari orqali moliyaviy savodxonlikni rivojlantirishning afzalliklaridan biri shundaki, ushbu fan o'quvchilarga abstrakt fikrlash va mantiqiy tahlil qilish imkoniyatini beradi. Masalan, oddiy va murakkab foiz hisoblari o'quvchilarga kredit stavkalari va bank omonatlari bo'yicha real hayotda qo'llash mumkin bo'lgan bilimlarni beradi. Shuningdek, byudjet tuzish, daromad va xarajatlarni rejalashtirish bilan bog'liq masalalar orqali o'quvchilar shaxsiy moliyaviy rejalashtirish tamoyillarini o'rganadilar.

Shuningdek, iqtisodiy bilimlarni shakllantirish jarayonida matematika darslari orqali real hayotiy masalalar bilan ishlash o'quvchilar uchun yanada samaraliroq bo'lishi mumkin. Masalan, inflyatsiya ta'sirini tushuntirish uchun o'quvchilar iste'mol savatchasi narxlarining yillik o'zgarishini matematik usullar yordamida hisoblashlari mumkin. Bundan tashqari, bozor narxlari va pul birligi qadrsizlanishi bilan bog'liq hisob-kitoblarni amalga oshirish orqali ularning iqtisodiy tafakkuri mustahkamlanadi.

Metodologiya. Mazkur maqolada maktab o'quvchilarining moliyaviy savodxonlik darajasini oshirishda matematika darslarining imkoniyatlaridan foydalanish masalasi ilmiy-uslubiy jihatdan tahlil qilinadi. Ushbu ilmiy ish jarayonida turli tahliliy usullar qo'llanilgan bo'lib, sifatli va miqdoriy tahlil metodlari asosida matematik yondashuvlarning samaradorligi baholandi. Xususan, xalqaro va mahalliy ta'lim tizimlaridagi ilg'or tajribalar o'rganilib, ularning o'quv jarayoniga integratsiyalash imkoniyatlari tahlil qilindi.



Ilmiy tahlil davomida bir nechta muhim metodologik yondashuvlar qo'llanildi. Birinchidan, nazariy tahlil asosida moliyaviy savodxonlik va matematika fanining o'zaro bog'liqligi, o'quv dasturlarining tarkibiy qismlari o'rganildi. Ikkinchidan, empirik tahlil orqali matematika o'qituvchilari va o'quvchilar o'rtasida so'rovnomalar va intervyular o'tkazilib, real dars jarayonlari kuzatildi. Ushbu ma'lumotlar asosida mavjud o'quv dasturlarining samaradorligi baholandi.

Shuningdek, eksperimental usul orqali moliyaviy savodxonlikni matematika darslariga integratsiyalash bo'yicha sinov mashg'ulotlari o'tkazildi va ularning natijalari statistik tahlil qilindi. Ushbu ilmiy ish davomida matematik modellash usullari orqali foiz hisobi, byudjet tuzish, kredit va depozit tushunchalarini o'rgatishning samaradorligi baholandi. Eksperiment natijalari ko'rsatdiki, moliyaviy tushunchalar matematik misollar orqali tushuntirilganda, o'quvchilarning moliyaviy savodxonligi sezilarli darajada oshadi.

Moliyaviy savodxonlikni o'quv dasturiga kiritish jarayonida turli pedagogik yondashuvlar qo'llanildi. Integrativ yondashuv asosida moliyaviy tushunchalar matematika darslari tarkibiga tabiiy ravishda kiritildi. Amaliy ta'lim usuli orqali o'quvchilar real hayotiy masalalar yechish jarayonida moliyaviy qaror qabul qilish ko'nikmalarini rivojlantirishdi. Shuningdek, interfaol usullar, jumladan, guruhiiy muhokamalar va muammoli ta'lim metodlari orqali o'quvchilarning faolligi oshirildi. Differensial yondashuv asosida esa har bir o'quvchining bilim darajasiga moslashtirilgan mashg'ulotlar tashkil etildi.

Ilmiy tadqiqotlar natijalariga ko'ra, matematika darslarida moliyaviy savodxonlik elementlarini qo'llash o'quvchilarning iqtisodiy tafakkurini rivojlantirishga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Shuningdek, statistik tahlil natijalari moliyaviy tushunchalarni o'rgatishda matematik modellarni qo'llashning samarali ekanligini isbotladi. Kelgusida bu metodlarni ta'lim tizimiga kengroq joriy etish va ularni yanada takomillashtirish bo'yicha ilmiy tavsiyalar ishlab chiqilishi lozim.



Natijalar va Muhokama. Matematika darslari orqali o'quvchilarning moliyaviy savodxonlik darajasini oshirish bo'yicha olib borilgan ilmiy tahlillar shuni ko'rsatadiki, ushbu yondashuv samarali natijalar beradi. O'quvchilarga foiz hisoblari, kredit va depozit mexanizmlari, byudjet tuzish va statistika asoslarini o'rgatish orqali ularning moliyaviy bilimlari sezilarli darajada oshadi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, o'quvchilarning foiz hisoblash bo'yicha bilimlari mustahkamlanganida, ular murakkab foiz hisoblari va investitsiya imkoniyatlarini yaxshiroq tushuna boshlaydilar. Ayniqsa, murakkab foiz hisoblarini tushuntirish jarayonida interaktiv metodlardan foydalanish o'quvchilarning qiziqishini oshirishga yordam beradi.

Byudjet tuzish bo'yicha maxsus mashg'ulotlar orqali o'quvchilar shaxsiy moliyaviy rejalashtirish ko'nikmalarini shakllantirishga muvaffaq bo'ldilar. Eksperiment natijalari shuni ko'rsatdiki, o'quvchilarga daromad va xarajatlarni rejalashtirishni o'rgatish natijasida ular moliyaviy mustaqillik haqida yaxshiroq tasavvurga ega bo'ldilar. Shuningdek, kredit va qarz tushunchalarini matematik modellar orqali tushuntirish ularga uzoq muddatli moliyaviy rejalashtirish va xavflarni baholash ko'nikmalarini rivojlantirishga yordam berdi.

Statistik tahlil asosida moliyaviy xatarlarni baholashni o'rgatish ham muhim natijalardan biri bo'ldi. O'quvchilarga ehtimollik nazariyasi va statistik usullar asosida investitsiya xatarlarini baholash ko'nikmalarini shakllantirish bo'yicha mashg'ulotlar o'tkazildi. Ushbu mashg'ulotlar natijasida o'quvchilar moliyaviy qarorlar qabul qilish jarayonida ma'lumotlarga asoslangan yondashuvni qo'llash zarurligini tushunib yetdilar.

Tahlillar shuni ko'rsatdiki, matematik tushunchalar bilan moliyaviy bilimlarni bog'lash orqali o'quvchilarning iqtisodiy tafakkuri rivojlanadi va ular moliyaviy masalalar bo'yicha mustaqil qaror qabul qilishga ko'proq moyil bo'ladilar. Xorijiy tajribalarga tayanib shuni aytish mumkinki, maktab dasturlariga moliyaviy savodxonlik elementlarini



integratsiyalash samarali natijalar beradi. Masalan, AQSh va Yevropa davlatlarida matematika darslarida moliyaviy bilimlarni o'rgatish keng qo'llanilib, bu o'quvchilarning moliyaviy mustaqilligini oshirishga yordam bermoqda.

Moliyaviy savodxonlikni rivojlantirish bo'yicha olib borilgan eksperimentlar shuni ko'rsatdiki, matematika darslarida real hayotiy misollar asosida o'rgatilgan mavzular o'quvchilarning bilimlarini yanada mustahkamlashga yordam beradi. Masalan, o'quvchilarga real bank kreditlari, depozit foizlari va inflyatsiya ta'sirini hisoblash bilan bog'liq amaliy mashg'ulotlar berilganida, ularning mavzuga bo'lgan qiziqishi sezilarli darajada oshdi. O'quvchilarning fikr-mulohazalariga ko'ra, ushbu yondashuv ularga matematik bilimlarni kundalik hayotda qanday qo'llash mumkinligini tushunishga yordam bergan.

Ilmiy natijalarga ko'ra, matematika darslarida moliyaviy savodxonlikni o'rgatish nafaqat iqtisodiy bilimlarni oshirish, balki o'quvchilarning umumiy mantiqiy tafakkurini rivojlantirishga ham xizmat qiladi. Shuningdek, moliyaviy masalalarni hal qilishda matematik modellar va statistik tahlillarni qo'llash bo'yicha mashg'ulotlar o'quvchilarning analitik fikrlash qobiliyatlarini oshirishga yordam beradi.

Xulosa. Matematika darslarida moliyaviy savodxonlikni oshirish bo'yicha samarali yondashuvlar mavjud bo'lib, ularni o'quv dasturlariga integratsiyalash kelajak avlodning iqtisodiy tafakkurini mustahkamlashga xizmat qiladi. Eksperimentlar shuni ko'rsatdiki, moliyaviy bilimlarni matematika bilan bog'lash o'quvchilarning amaliy bilimlarini oshirishga va mustaqil moliyaviy qaror qabul qilishiga ijobiy ta'sir ko'rsatadi. Shuningdek, matematika darslarida moliyaviy tushunchalarni o'rgatish orqali o'quvchilarning iqtisodiy tafakkuri rivojlanib, moliyaviy masalalar bo'yicha mustaqil qaror qabul qilish qobiliyati ortadi. Xorijiy tajribalar tahlili shuni ko'rsatadiki, moliyaviy bilimlarni maktab dasturlariga integratsiyalash yoshlarning iqtisodiy

barqarorligini oshirishga yordam beradi. Ayniqsa, o'quvchilarga investitsiya, kredit, inflyatsiya va shaxsiy byudjetni yuritish kabi amaliy bilimlarni matematika darslari orqali singdirish natijasida ularning moliyaviy qaror qabul qilishga bo'lgan ishonchi ortadi.

Kelgusida ushbu metodlarni yanada rivojlantirish va ta'lim tizimiga keng joriy etish bo'yicha ilmiy tavsiyalar ishlab chiqilishi lozim. Shu bilan birga, moliyaviy savodxonlikni oshirish maqsadida matematika darslari uchun maxsus metodik qo'llanmalar va dars ishlanmalari ishlab chiqish zarur. Bundan tashqari, ta'lim muassasalarida moliyaviy savodxonlik bo'yicha o'quvchilar va o'qituvchilar uchun maxsus seminar va treninglar tashkil etish taklif etiladi. Bu esa kelajak avlodni moliyaviy jihatdan bilimli va mas'uliyatli bo'lishiga xizmat qiladi.

Adabiyotlar:

1. Abdullayev, A. (2019). Matematika ta'limida innovatsion metodlar va ularning samaradorligi. Toshkent: O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi.
2. Abdurahmonov, Q. (2021). Iqtisodiy ta'lim va moliyaviy savodxonlik: O'quv qo'llanma. Toshkent: Iqtisodiyot va pedagogika nashriyoti.
3. Anorboyev, B. (2020). Matematika va moliyaviy savodxonlik integratsiyasi: Nazariya va amaliyot. Samarqand: Samarqand davlat universiteti nashriyoti.
4. Berdiev, N. (2018). Matematik ta'limda funksional savodxonlikni rivojlantirish usullari. Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti.
5. Bo'ronov, M. (2017). Moliyaviy savodxonlik asoslari va uning ta'lim tizimidagi o'rni. Buxoro: Buxoro davlat universiteti.
6. G'ulomov, A. (2022). Moliyaviy ta'lim va matematikaning o'zaro bog'liqligi: O'qituvchilar uchun metodik qo'llanma. Namangan: Namangan nashriyoti.



PISA 2022 ASOSIY TADQIQOTIDA MATEMATIK SAVODXONLIK YO‘NALISHI BO‘YICHA TEST TOPSHIRIQLARIDAN NAMUNALAR VA BAHOLASH MEZONLARI

*N.A. Karimov, A. Avloniy nomidagi pedagogik mahorat milliy
instituti yetakchi mutaxassisi, Nizomiy nomidagi TDPU mustaqil
tadqiqotchisi*

Ushbu maqolada PISA 2022 xalqaro tadqiqotida dunyo o‘quvchilarining matematika fanidan bajargan ayrim topshiriqlari va ularning javoblari keltirilgan. PISA 2022 asosiy tadqiqoti asosan matematika yo‘nalishidagi savollarni ko‘proq o‘z ichiga olgan topshiriqlardan iborat. Bu maqolada birinchi navbatda matematika fanidan ochiq test topshiriqlaridan namunalar, savolning maqsadi, tavsifi, matematik mazmun sohasi, kontekst, matematik jarayon berilgan. Ayrim test topshiriqlarining strukturalari tasvirlangan va to‘g‘ri javoblar keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *PISA, to‘liq kredit, qisman kredit, kreditsiz, avtomobil xaridi, DVD disklar savdosi, yuk mashinasi, spinnerlar, mazmun soha, matematik jarayon, kontekst, savol shakli, savodxonlik darajasi.*

В данной статье рассматриваются некоторые задания по математике и ответы учащихся на них в рамках международного исследования PISA 2022. Основным этапом исследования PISA 2022 преимущественно состоит из заданий по математике. В статье приведены примеры открытых тестовых заданий по математике, цель вопроса, описание, область математического содержания, контекст и математические процессы. Также описана структура некоторых заданий и приведены правильные ответы.

Ключевые слова: *PISA, полный кредит, частичный кредит, нет кредита, покупка автомобиля, продажи DVD дисков,*



грузовик для перевозки вещей, вертушки, область содержания, математический процесс, формат вопроса, уровень сложности.

This article presents some mathematics tasks and students' responses from the PISA 2022 international assessment. The main survey of PISA 2022 primarily consists of tasks focused on mathematics. The article provides examples of open-ended (constructed response) items in mathematics, including the purpose of the question, its description, mathematical content area, context, and mathematical processes involved. The structure of some items and the correct answers are also presented.

Key words: *PISA, full credit, partial credit, no credit, car purchase, DVD sales, moving truck, spinners, content area, mathematical processes, context, item format, proficiency levels.*

Ta'kidlash joiz-ki, PISA matematikani baholashda o'quvchilar nafaqat matematik ma'lumotni bilishlari, balki matematik kabi fikrlashlari, real muammolarni matematik dunyoga o'girishlari, matematik jihatdan mulohaza yuritishlari va matematik yechimlarni asl muammo kontekstida talqin qilishlari kerak. Agar biz bolalarimizga faqatgina bilganlarimizni o'rgatsak, ular faqat eslay olishlari va biz yurgan yo'llarnigina bosib o'tishlari mumkin; lekin agar ular qanday qilib ilm olishni o'rgansalar, mustaqil fikr yurita olsalar va boshqalar bilan ishlash qobiliyatiga ega bo'lsalar, ular o'zlari xohlagan maqsadlariga yetishishlari mumkin.

PISA 2022 xalqaro baholashning sakkizinchi sikli bo'lib, dasturda 2000-yildan buyon misli ko'rilmagan ko'p mamlakatlar ishtirok etdi. Har bir PISA testi o'quvchilarning matematika, tabiiy fanlar va o'qish savodxonli bo'yicha bilim va ko'nikmalarini baholaydi, har bir siklda ushbu yo'nalishlardan biri ustuvor yo'nalish qilib belgilanadi va xulosalarni taqdim etadi. Xususan, PISA 2022 tadqiqotida matematik savodxonlik ustuvor yo'nalish qilib belgilangan. Tadqiqotda O'zbekiston



ilk marotaba ishtirok etib, 81 ta mamlakatlar va iqtisodiyotlar ichida matematika fanidan 364 ball to'plab 72-o'rinni egalladi.

Tadqiqotning so'nggi davrlarida qo'shimcha innovatsion domenlar ham ishlab chiqilgan bo'lib, 2022-yil siklida "Kreativ fikrlash" (creative thinking) innovatsion domen sifatida kiritildi. PISA 2025 siklida esa "Raqamli dunyoda o'rganish" (Learning in digital world) innovatsion yo'nalish sifatida baholanadi.

Dunyo maktab ta'limini rivojlantirish tizimida yetakchi olim, PISA xalqaro baholash dasturining tashabbuskori Andreas Shlyaher matematik amallarni bajarish insoniyat uchun ahamiyatsiz bo'lib, bu vazifalar kompyuterlar tomonidan tez va aniq bajarilayotganligi, ammo matematik g'oyalar va tamoyillarni chuqur tushunish va bizning matematiklar kabi fikrlash qobiliyatimiz muhimroq bo'lib borayotganligini ta'kidlaydi. Ushbu maqola maktab ta'limi tizimida o'quvchilarda real hayotda zarur bo'ladigan matematik mulohaza yuritish qobiliyatini shakllantirishda e'tibor berilishi lozim bo'lgan jihatlar hamda milliy ta'lim tizimida samarali islohotlarni amalga oshirishdagi g'oyalarni ishlab chiqishda muhim o'rin tutadi.

PISA 2022 baholashning asosiy tadqiqotida matematik savodxonlik yo'nalishi bo'yicha foydalanilgan to'rtta topshiriqni ko'rib chiqamiz. Ushbu to'rtta topshiriqda berilgan o'nta savol maqolada keltirilgan.

O'quvchilarga PISA 2022 da ishlatilgan interfeysning ekran suratlari (skrinshotlari) ko'rsatilgan bo'lib, ularda o'quvchilar baholash va uning savollari bilan qanday munosabatda bo'lganligi haqida ma'lumot berilgan.

Ushbu topshiriqlarning interaktiv versiyalari www.oecd.org/pisa saytida ham mavjud.

Avtomobil xaridi: CMA104Q01-savol

Ushbu savolda o'quvchilar har bir avtomobil uchun narx va yoqilg'i sarfini narx hisoblagichiga kiritishlari kerak edi, shunda to'rtta avtomobildan qaysi biri birinchi yil davomida eng kam xarajat talab



qilishini aniqlashlari mumkin bo'lar edi. Narx hisoblagichdan qanday foydalanish bo'yicha ko'rsatmalar chap panelda mavjud edi. Agar o'quvchilar "Narx hisoblagichidan qanday foydalaniladi" tugmasini bossalar, ko'rsatmalar yozilgan oynacha ochilardi. Yoqilg'i sarfi tushunchasi bilan tanish bo'lmagan o'quvchilar uchun bu atama izohlab berilgan edi, garchi bu tushunchani tushunish ushbu savolga javob berish uchun zarur bo'lmasa ham.

PISA 2022

Avtomobil xaridi
Kiritish

Kirishni o'qing. So'ngra KEYINGI tugmasini bosing.

AVTOMOBIL XARIDI

Tanztla yangi avtomobil xarid qilishni rejalashtirmoqda. U yangi avtomobilni xarid qilish va undan birinchi yili foydalanish xarajatlarni bilmogchi.

U internetdan mazkur Narx hisoblagichni topdi va quyidagi hisoblashlarni amalga oshirdi:

- U bu yilda taxminan 20 000 km masofani bosib o'tmogchi.
- Yoqilg'ining o'rtacha narxi har bir litr uchun 1,54 zed bo'ladi.
- Taxminiy texnik xizmat ko'rsatish narxlarini birinchi yilda 250 zed bo'ladi.

NARX HISOBLAGICH

Avtomobil narxi (zedlarda)

Yoqilg'i sarfi (L/100 km)

Taxminiy bosib o'tilgan masofa (km)

Yoqilg'ining o'rtacha narxi (zed/L)

Taxminiy texnik xizmat ko'rsatish narxlarini (zedlarda)

O'chirish Hisoblash

PISA 2022

Avtomobil xaridi
Savol 1 / 2

Narx hisoblagichidan foydalanish

Ong tomondagi "Avtomobil xaridi" ga qarang. Quyidagi savolga javob berish uchun Narx hisoblagichidan foydalaning. Savolga javob berish uchun tanlovning ustiga bosing.

Narx hisoblagichidan qanday foydalanishni ko'rish uchun yuqoridagi "Narx hisoblagichidan foydalanish" ni bosing.

Tanztlaning hisob-kitoblariga asoslanib, qaysi avtomobilni xarid qilish va birinchi yili foydalanishni eng arzoniga tushadi?

☐ A avtomobil
☒ B avtomobil
☐ C avtomobil
☐ D avtomobil

AVTOMOBIL XARIDI

Tanztla xarid qilish uchun ko'rib chiqayotgan to'rtta avtomobilning narxlarini va yoqilg'i sarfi quyidagi jadvalda ko'rsatilgan.

Yoqilg'i sarfi - bu 100 kilometr masofani bosib o'tish uchun zarur bo'lgan yoqilg'ining litr miqdori. Bu shahar bilan birga avtomagistralda haydashga asoslangan holda taxminan hisoblanadi.

	A avtomobil	B avtomobil	C avtomobil	D avtomobil
Avtomobil narxi (zedlarda)	8000	8700	9900	10 500
Yoqilg'i sarfi (L/100 km)	16,9	15,7	12,4	14,1

Narx hisoblagichning ba'zi katakchalari Tamaraning hisob-kitoblariga asoslanib to'ldirilgan.

NARX HISOBLAGICH

Avtomobil narxi (zedlarda)

Yoqilg'i sarfi (L/100 km)

Taxminiy bosib o'tilgan masofa (km)

Yoqilg'ining o'rtacha narxi (zed/L)

Taxminiy texnik xizmat ko'rsatish narxlarini (zedlarda)

O'chirish Hisoblash

NATIJALAR

‘zini



qanday real hayotiy vaziyatda qanday topishi mumkinligini aks ettiradi. Masalan, ular qaror qabul qilish uchun internet orqali ma'lumot izlashlari mumkin. Narx hisoblagichdan foydalanganlaridan so'ng o'quvchilar B avtomobil (13 785,60 zed) birinchi yil uchun xarajat va texnik xizmat ko'rsatish bo'yicha eng arzon avtomobil ekanligini aniqlashadi, garchi u eng arzon avtomobil ham, eng kam yoqilg'i sarfi bo'lgan avtomobil ham bo'lmasa ham. Avtomobillarning birinchi yil uchun eng ko'p xarajatlidan eng kam xarajatlisi tomon tartibi quyidagicha: D avtomobil, A avtomobil, C avtomobil va eng arzon – B avtomobil.

Topshiriq nomi – Savol #	Avtomobil xaridi - CMA104Q01-savol
Mazmun soha	Miqdorlar
Matematik jarayon	Ifodalash
Kontekst	Shaxsiy
Savol shakli	Sodda javobi tanlanadigan – Kompyuter baholaydi
Javob	B avtomobil
Savodxonlik darajasi	2-daraja

Avtomobil xaridi: CMA104Q02-savol

Ushbu topshiriqdagi ikkinchi savol chiziqli bo'lmagan xatti-harakatni (xususan, eksponensial pasayishni) o'rganib, D avtomobilning uch yillik egalikdan keyingi taxminiy qiymatini aniqlashga qaratilgan. Xarajatlarni yangi mashina sotib olgan shaxs ssenariysi asosida davom ettirgan holda, bu savol ataylab boshqa avtomobilga qaratilgan — bu esa o'quvchilarga oldingi savoldagi to'g'ri javobni ko'rsatib qo'ymaslik uchun qilinadi, chunki ular unga qaytishi mumkin.

Berilgan ma'lumotlarga ko'ra, yaxshi holatda bo'lgan avtomobil har yili o'z qiymatining 5 foizini yo'qotadi, shuning uchun D avtomobil uch yildan so'ng taxminan 9002,44 zedga teng bo'ladi. Demak, ushbu



savol uchun to'g'ri javob 9000 bo'ladi.

PISA 2022

Avtomobil xaridi

Savol 2 / 2

O'ng tomondagi "Avtomobil xaridi" ga qarang. Savolga javob berish uchun tanlovningiz ushbu bo'sing.

Avtomobilning **qayta sotilish narxi** keyinchalik u qayta sotilishi mumkin bo'lgan taxminiy narxidir.

Yakshi holatda saqlanadigan avtomobil uchun, uning qayta sotilish narxi har yili 5% kamayadi.

Agar Tanzila D avtomobilni xarid qilmoqchi bo'lsa va uni yakshi holatda uch yildan keyin qaytarib sotsa, avtomobilning zediardagi taxminiy qayta sotilish narxi qancha bo'ladi?

☐ 1575
 ☐ 8925
 ☒ 9000
 ☐ 9975

AVTOMOBIL XARIDI

Tanzila xarid qilish uchun ko'rib chiqayotgan to'rtta avtomobilning narxlarini va yoqilg'i sarfi quyidagi jadvalda ko'rsatilgan.

Yoqilg'i sarfi - bu 100 kilometr masofani bosib o'tish uchun zarur bo'lgan yoqilg'ining litr miqdoridir. Bu shahar bilan birga avtomagistralda haydashga asoslangan holda taxminan hisoblanadi.

	A avtomobil	B avtomobil	C avtomobil	D avtomobil
Avtomobil narxi (zediarda)				
Avtomobil narxi barcha sozlar va royxatdan o'tkazish to'lovlari o'z ichiga oladi.	8000	8700	9900	10 500
Yoqilg'i sarfi (L/100 km)	18,9	15,7	12,4	14,1

O'quvchilar avtomobil uch yildan so'ng qancha turishini aniqlash uchun qanday usuldan foydalanishni hal qilishlari kerak edi. O'quvchilarning eksponensial pasayish haqidagi dastlabki o'rganilgan tajribalari ushbu savolni bajarishda foydali bo'lishi mumkin bo'lsa-da, bu zarur emas edi. Ya'ni, ba'zi o'quvchilar bu holatni eksponensial pasayish sifatida olib, quyidagi formulani qo'llagan bo'lishi mumkin:

$$v = 10500 \times (0.95)^3$$

Boshqa o'quvchilar da esa bu mavzu rasman o'tilmagan bo'lsa-da, masalani bosqichma-bosqich yechish orqali to'g'ri javobga yetib borish uchun yetarli ma'lumotlar mavjud edi [masalan: $10500 - (10500 \times 0.05) = 9975$; $9975 - (9975 \times 0.05) = 9476.25$; va hokazo].

Bosqichma-bosqich yondashuvdan foydalangan o'quvchilar uchun muhim jihat shundan iboratki, avtomobil qiymati har yili o'zgarib boradi, shuning uchun har bir hisob-kitobda yangi boshlang'ich miqdordan foydalanish kerak bo'ladi.

Topshiriq nomi – Savol #	Avtomobil xaridi - CMA104Q02-savol
Mazmun soha	O'zgarish va munosabatlar
Matematik jarayon	Qo'llash
Kontekst	Shaxsiy
Savol shakli	Sodda javobi tanlanadigan – Kompyuter baholaydi
Javob	9000
Savodxonlik darajasi	6-daraja

DVD disklar savdosi: CMA106Q01 - savol

Ushbu topshiriqning birinchi savolida o'quvchilarga 2008-yildan 2014-yilgacha bo'lgan Buyuk Britaniyadagi DVD savdosi haqidagi uchta tasdiq keltirilgan jadval ko'rsatiladi va ular har bir tasdiq grafikda ko'rsatilgan ma'lumotlar bilan tasdiqlanganmi-yo'qmi, degan savolga javob berishlari kerak. Shuni ta'kidlash lozimki, grafikni qanday tushunish kerakligi haqida kirish qismida berilgan ma'lumotlar o'ng panelda takrorlangan va grafikga qo'shilgan chiziq haqida qo'shimcha paragraflar ham mavjud. Shuningdek, sichqoncha bilan ustiga olib borilganda ko'rsatkich chiqadigan nuqtalar faqat grafikda ko'rsatilgan yettita ma'lumot nuqtasigagina faol — ya'ni foydalanuvchilar chiziq bo'ylab istalgan joyga kursorni olib borib ma'lumot ololmaydi, faqat shu yettita nuqtadagi ma'lumot berilgan.

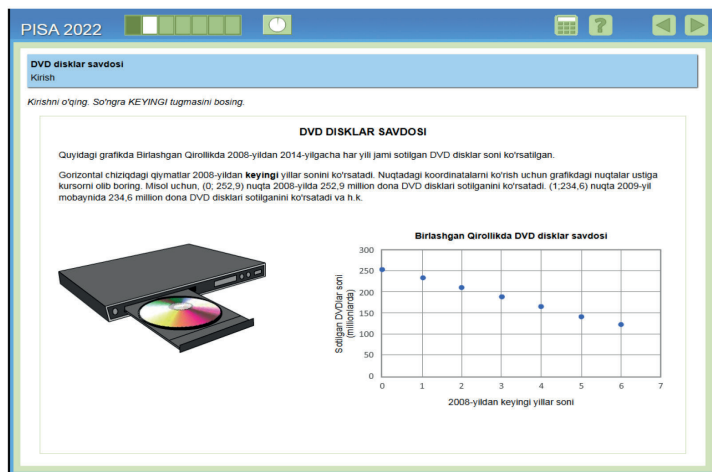
Birinchi tasdiq grafikdagi ma'lumotlar bilan tasdiqlanadi. O'quvchilar bu tasdiqni ikki xil yo'l bilan tekshirib ko'rishlari mumkin:

1. 2008-yildan 2014-yilgacha bo'lgan davrda DVD savdosining foizga kamayishini hisoblab chiqish (ya'ni, $(252.9 - 124.9) \div 252.9$), bu 50.61% kamayishni anglatadi va tasdiqda keltirilgan "taxminan 50% kamayish" ifodasi bilan mos keladi;

2. 2014-yilda sotilgan DVD lar sonini 2008-yilda sotilganlarga



nisbatan hisoblash (ya'ni, $124.9 \div 252.9$), bu esa 49.39% ni tashkil etadi – bu ham tasdiqdagi “taxminan 50%” degan ifodaga mos keladi.



Ikkinchi tasdiq ma'lumotlar bilan tasdiqlanmaydi. O'quvchilar har bir ma'lumot nuqtasida sotilgan DVDlar sonidagi farqni ko'rib chiqishlari kerak, chunki bu tasdiq noto'g'ri. To'rtta yil oraliqdagi farqlar bir-biriga juda o'xshash (har yili 18-19 millionga kamroq DVD sotilgan), biroq 2009 va 2010 yillar orasida bu farq 24.5 millionni, 2011 va 2012 yillar orasida esa 29.8 millionni tashkil etadi.

Uchinchi tasdiq grafikdagi ma'lumotlar bilan tasdiqlanadi. O'quvchilar “chiziqli model” degani doimiy o'zgarish tezligini anglatishini tushinishlari mumkin, bu holatda to'g'ri chiziqning qiyaligi manfiy bo'lganligi sababli, har yili DVD savdosi o'rtacha bir xil miqdorga kamayib borganini ko'rsatadi.

Ushbu topshiriq bo'yicha to'liq kredit olish o'rtacha darajadagi

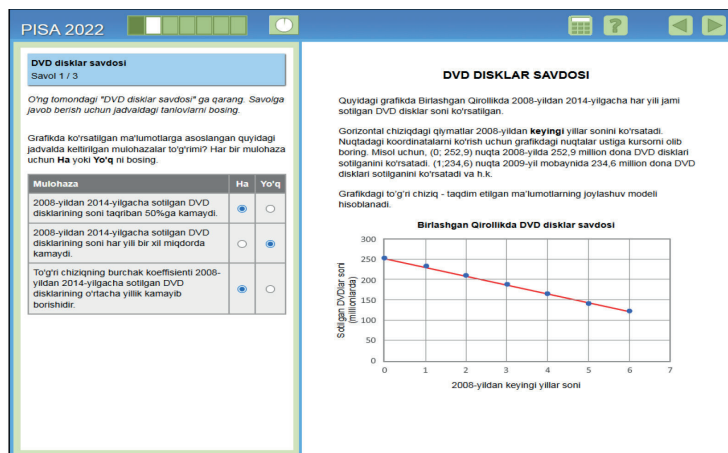
murakkablikka ega (4-daraja), lekin qisman kredit olish nisbatan oson (1a-daraja) hisoblanadi.

Topshiriq nomi – Savol #	DVD disklar savdosi: CMA106Q01-savol
Mazmun soha	Ma'lumotlar va noaniqliklar
Matematik jarayon	Talqin qilish/ Baholash
Kontekst	Ijtimoiy
Savol shakli	Murakkab ko'p tanlovli – Kompyuter baholaydi
Javob	To'liq kredit (yuqori qatordan pastki qatorgacha): Ha, Yo'q, Ha – Qisman kredit: ixtiyoriy ikkita tanlov to'g'ri
Savodxonlik darajasi	4-daraja (to'liq kredit) - 1a-daraja (qisman kredit)

DVD disklar savdosi: CMA106Q02 -savol

Ushbu topshiriqning ikkinchi savolida o'quvchilarga chiziqli model tenglamasi beriladi va ushbu modeldan foydalanib, DVD savdosi bir milliondan kam bo'lib qoladigan yilni (grafikda ko'rsatilmagan ma'lumot nuqtasi) taxmin qilish so'raladi. O'quvchilar kursorni ma'lumot nuqtalariga olib borishlari mumkin, biroq bu faqat grafikda ko'rsatilgan yettita nuqtaga taalluqlidir. Berilgan modeldan foydalanib, o'quvchilar quyidagi kabi tengsizlik tuzishlari va yechishlari mumkin: $254 - 22n < 1$, bu esa $n > 11,5$ yechimiga olib keladi. Bunda n 2008 yildan keyingi yillarni bildiradi, shuning uchun bu qiymatni yillarga o'girish ham talab etiladi. Mazkur holatda, 11 qiymati 2019 yil oxiriga, 12 esa 2020 yil oxiriga to'g'ri keladi, shuning uchun model asosida olingan $11,5$ qiymati DVD savdosi bir milliondan kam bo'lishi 2020 yili ro'y berishini bildiradi.





U;

vob

2020 yil bo'lishi kerak. Agar o'quvchi javob sifatida 11,5 ni yozsa (bu raqamni yilga to'g'ri o'girishda xato qilgan bo'lsa), yoki 2019 ni yozsa (hisob-kitob to'g'ri, ammo yilda xatolik bo'lsa), u holda qisman kredit (5-daraja) beriladi. Ushbu savolda to'liq (6-daraja) yoki qisman (5-daraja) kredit olish oson emas.

Topshiriq nomi – Savol #	DVD disklar savdosi: CMA106Q02-savol
Mazmun soha	O'zgarish va munosabatlar
Matematik jarayon	Ifodalash
Kontekst	Ijtimoiy
Savol shakli	Ochiq javobli – Kompyuter baholaydi
Javob	To'liq kredit: 2020 – Qisman kredit: 2019 yoki 11,5
Savodxonlik darajasi	6-daraja (to'liq kredit) - 5-daraja (qisman kredit)

DVD disklar savdosi: CMA106Q03 -savol

Ushbu topshiriqlarning uchinchi savolida o'quvchilarga 1998-yildan 2014-yilgacha bo'lgan Buyuk Britaniyadagi DVD savdolari bo'yicha katta hajmdagi ma'lumotlar to'plami taqdim etiladi. Biroq, bu savolda



mustaqil o'zgaruvchi sifatida 2008-yildan boshlab necha yil o'tganligi emas, balki aniq yil ko'rsatilgan. 2008-yildan 2014-yilgacha bo'lgan ma'lumotlar ushbu topshiriqning dastlabki ikki bandida ishlatilgan ma'lumotlar bilan bir xil.

Shuningdek, bu grafikda 17 ta nuqta bor bo'lib, ularga sichqoncha olib orilganda tegishli yil va o'sha yildagi DVD savdosi ko'rsatiladi.

O'quvchilarga ma'lumotlar to'plami yillar bo'yicha kichikroq oraliqlarga bo'lingan jadval beriladi, va ular har bir yil oralig'i uchun savdo tendensiyasi qanday bo'lganini (o'sish yoki kamayish), hamda ushbu davr uchun qanday matematik model (chiziqli yoki chiziqli bo'lmagan) ma'lumotlarga eng mos kelishini aniqlashlari kerak bo'ladi. O'quvchilar allaqachon 2008-yildan 2014-yilgacha bo'lgan ma'lumotlar bilan ishlaganliklari sababli, ushbu oraliq uchun to'g'ri javoblar jadvalda oldindan kiritilgan.

Topshiriq nomi – Savol #	DVD disklar savdosi: CMA106Q03-savol
Mazmun soha	O'zgarish va munosabatlar
Matematik jarayon	Talqin qilish/Baholash
Kontekst	Ijtimoiy
Savol shakli	Murakkab ko'p tanlovli – Kompyuter baholaydi
Javob	<u>To'liq kredit:</u> 1998 - 2004: o'sish, chiziqli emas 2005 - 2007: o'sish, chiziqli <u>Qisman kredit:</u> Faqat 1998-2004 uchun to'g'ri tanlangan Yoki Faqat 2005-2007 uchun to'g'ri tanlangan Yoki Ixtiyoriy uchasi to'g'ri tanlangan
Savodxonlik darajasi	3-daraja (to'liq kredit) – 1a-daraja (qisman kredit)

Matematik modelga kelganda, maqsad — o'quvchilarning ma'lumotlar to'plamini chiziqli model bilan ifodalash mumkinmi



yoki uni chiziqli model bilan ifodalash mumkin emasligini ajrata olishidir. Shu sababli, 1998–2004 yillar uchun mos keluvchi aniq chiziqli bo'lmagan modellardan ko'ra, umumiy “chiziqli bo'lmagan” varianti ishlatilgan.

Bu savolda barcha to'rt javobni to'g'ri belgilash o'rtacha qiyin (3-daraja) deb baholangan. Har qanday bir yil oralig'i uchun ikkala javobni ham to'g'ri belgilash orqali qisman kredit olish mumkin (1a-daraja, ya'ni oson). Biroq, agar har bir yil oralig'ida faqat bitta to'g'ri tanlov qilingan bo'lsa, hech qanday kredit berilmaydi.

Yuk mashinasi: CMA118Q01 -savol

PISA 2022

Yuk Mashinasi
Kirish

Kirishni o'qing. So'ngra KEYINGI tugmasini bosing.

YUK MASHINASI

Malikaning oilasi ko'chib ketmoqda.

Ular ikki xil o'lchamli yuk mashinasini ijaraga olishi mumkin. Yuk mashinalari yuk bo'lmasining o'lchovlari quyidagi jadvalda ko'rsatilgan. Yuk mashinalari yuk bo'lmasining poli va devorlari to'g'ri to'rtburchak shakllarida.

Yuk Mashinasi O'lchami	Poli Uzunligi	Poli Eni	Balandligi
A	4 metr	2 metr	2 metr
B	6,6 metr	2,3 metr	2,3 metr

Uch xil o'lchamdagi qutilar mavjud. Mazkur qutilarning o'lchovlari quyidagi jadvalda ko'rsatilgan.

Quti O'lchami	Uzunligi	Eni	Balandligi
Kichik	0,4 metr	0,3 metr	0,3 metr
O'rtacha	0,5 metr	0,5 metr	0,5 metr
Katta	0,5 metr	0,5 metr	0,75 metr

Topshiriqning birinchi savolida o'quvchilarga A yuk mashinasini ijaraga olishi rejalashtirilgan oila haqida aytiladi va ulardan ushbu A yuk mashinasiga qancha o'rta o'lchamdagi quti sig'ishini aniqlash



soʻralgan. Oʻng panelda, kirish qismida berilgan jadvallar takroran koʻrsatiladi, biroq faqat A yuk mashinasi va oʻrta oʻlchamdagi qutilar oʻlchamlari mavjud. Bu topshiriq oʻquvchilar uchun oson, ayniqsa, oʻrta oʻlchamdagi qutining barcha oʻlchamlari bir xil boʻlgani uchun, qutilarni yuk mashinasi ichida qanday joylashtirish haqida oʻylash shart emas.

PISA 2022

Yuk Mashinasi
Savol 1 / 2

Oʻng tomondagi "Yuk Mashinasi"ga qarang. Savaiga javob berish uchun tanlovni bosing.

Malikaning oilasi A yuk mashinasi ijaraga olmoqchi.

A yuk mashinasiga eng koʻpi bilan nechta oʻrta hajmdagi qutilarni sigʻdirish mumkin?

☐ 320
☐ 128
☐ 26
☐ 16

YUK MASHINASI



Yuk Boʻlmasining Oʻlchovlari

Yuk Mashinasi Oʻlchami	Pol Uzunligi	Pol Eni	Balandligi
A	4 metr	2 metr	2 metr

Quti Oʻlchovlari

Quti Oʻlchami	Uzunligi	Eni	Balandligi
Oʻrtacha	0,5 metr	0,5 metr	0,5 metr

Jadvaldagi maʼlumotlardan foydalanib, oʻquvchilar yuk mashinasining “pol” qismida 32 ta quti joylashtirish mumkinligini aniqlashlari mumkin [yaʼni, $(4 \div 0,5) * (2 \div 0,5)$], bu esa 8 ta qator va 4 ta ustundan iborat bir qatlamga teng. Yuk mashinasi balandligi boʻyicha 4 ta qatlamga qutilarni ustma-ust qoʻyish mumkin (yaʼni, $2 \div 0,5$), shunday qilib, A yuk mashinasiga jami $8 * 4 * 4 = 128$ ta oʻrta oʻlchamdagi quti sigʻadi. Muqobil javob variantlari esa yuk mashinasi va/yoki qutilarning yuzasi yoki hajmini notoʻgʻri hisoblash orqali olingan.

Yuk mashinasi: CMA118Q02 -savol

Bu topshiriqdagi ikkinchi savolda, katta qutining o'lchamlari jadvalga qo'shilgan va o'quvchilarga A yuk mashinasiga qancha katta quti sig'ishi mumkinligi haqidagi da'vo taqdim etilgan. Bu da'vo o'rtacha qutilarning hajmi va katta qutilarning hajmi taqqoslanishiga asoslangan. So'ng, o'quvchilarga ushbu da'vo bilan bog'liq to'rtta tasdiq taqdim etiladi va ular to'g'ri tasdiqni aniqlashlari kerak bo'ladi. Bu savol juda murakkab, chunki ayrim tasdiqlar qutilarning o'lchamlari yoki hajmiga nisbatan to'g'ri bo'lsa-da, ular yuk mashinasi bilan bog'liq da'voni qo'llab-quvvatlamaydi. To'g'ri javob aslida da'vo noto'g'ri ekanligi bo'lib, bu holat ham savolni murakkablashtirgan bo'lishi mumkin.

PISA 2022

Yuk Mashinasi
Savol 2 / 2

O'ng tomondagi "Yuk Mashinasi"ga qarang. Savolga javob berish uchun tanlovni bosing.

Yuk mashinalari ijaraga beruvchi kompaniya A yuk mashinasini faqat o'rtacha qutilardan foydalanib yuk bo'limining barcha joyini to'ldirish mumkinligini tasdiqladi.

Malika o'rtacha quti katta qutining 2/3 qismini egallashini aytdi, u A yuk mashinasini to'ldiruvchi katta qutilar soni o'rtacha qutilar sonining 2/3 qismi deb xulosa qildi.

Malikaning xulosasi haqidagi quyidagi mulohazalardan qaysi biri to'g'ri?

- ☐ U haq, chunki o'rtacha qutining balandligi katta quti balandligining 2/3 qismiga teng.
- ☐ U haq, chunki har doim 3 ta o'rtacha quti 2 ta katta quti sig'adigan bir xil bo'shliqqa joylashadi.
- ☐ U haq emas, chunki A yuk mashinasining yuk bo'limining o'rtachovariidan hech biri katta qutining balandligi 0,75 ga karoli emas.
- ☐ U haq emas, chunki katta qutining balandligi o'rtacha qutining balandligidan 1,5 marta katta.

YUK MASHINASI

Yuk Bo'limining O'lchovlari			
Yuk Mashinasi O'lchami	Pol Uzunligi	Pol Eni	Balandligi
A	4 metr	2 metr	2 metr

Quti O'lchovlari			
Quti O'lchami	Uzunligi	Eni	Balandligi
O'rtacha	0,5 metr	0,5 metr	0,5 metr
Katta	0,5 metr	0,5 metr	0,75 metr

Birinci tasdiq qutining balandliklari bilan bog'liq holda to'g'ri (ya'ni, $0,5 \div 0,75 = 2/3$), lekin bu fakt yuk mashinasining o'lchamlari bilan bog'liq emas. Ikkinchi tasdiq qutilarning hajmiga nisbatan to'g'ri, chunki o'rtacha qutining hajmi katta qutining hajmining uchdan ikki qismiga teng $[(0,5^3) \div (0,5 \times 0,5 \times 0,75) = 2/3]$, ammo bu tasdiq ham yuk mashinasining o'lchamlarini hisobga olmaydi. To'rtinchi tasdiq ham qutilarning balandliklari bilan bog'liq holda to'g'ri (ya'ni, $0,75 \div 0,5 =$

1,5), lekin yana bu o'ldamlar yuk mashinasiga nisbatan ko'rilmagan.

Uchinchi tasdiq to'g'ri tanlovdir. Katta qutilarni A yuk mashinasiga qancha joylashtirish mumkinligi, ularni qanday joylashtirishga bog'liq. Ba'zi joylashtirish usullarida katta qutilar soni o'rtacha qutilar sonining $\frac{2}{3}$ qismini tashkil etadi, ba'zilarida esa undan ko'proq bo'ladi. Shuning uchun, uning da'vosi noto'g'ridir.

Topshiriq nomi – Savol #	Yuk mashinasi: CMA118Q02-savol
Mazmun soha	Fazo va shakl
Matematik jarayon	Mulohaza yuritish
Kontekst	Shaxsiy
Savol shakli	Sodda javobi tanlanadigan – Kompyuter baholaydi
Javob	U to'g'ri emas, chunki A yuk mashinasining ichki saqlash o'ldamlaridan hech biri katta quti balandligi bo'lgan 0.75 ga bo'linmaydi.
Savodxonlik darajasi	6-daraja

Spinnerlar: CMA159Q01 -savol

PISA 2022

Spinnerlar
Savol 1 / 3

O'ng tomondagi "Spinnerlar" ga qarang. Savolga javob berish uchun tanlovni bosing va so'ngira izon kiriting.

Parpining o'ylashicha, ko'rsatkichning A spinnerdagi ko'k rangda to'xtash ehtimolligi B spinnerdagi qaraganda kattaroq.

Parpi haqmi?

☐ Ha

☐ Yo'q

Javobingizni tushuntiring.

SPINNERLAR

Parpining sinti quyida ko'rsatilgan ikkita spinnerdan foydalanib tajriba o'tkazmoqchi.

A spinner biri ko'k rangda, boshqasi qizil rangda bo'lgan ikkita teng o'ldamli qismlarga bo'lingan. B spinner ikkita ko'k rangda, boshqa ikkita qizil rangda bo'lgan to'rtta teng o'ldamli qismlarga bo'lingan.

O'quvchilar quyidagi ko'rsatmani oldilar: agar ko'rsatkich ikki qismning o'rtasida to'xtasa, aylanishlar hisobga olinmaydi va ular qaytadan ko'rsatkichni aylantirishlari kerak.

A spinner

B spinner

Bu “Spinnerlar” topshirig'idagi birinchi savol hisoblanadi. Ushbu savoldan oldin hech qanday kirish ekrani mavjud emas. Bu vazifada o'quvchilarga ikkita aylanuvchi strelka (spinner) taqdim etiladi va ulardan sinfdagi bir kishining “Spinner A” da strelka ko'k rangli qismda to'xtash ehtimoli “Spinner B”dagidan ko'proq degan da'vosi to'g'riligini aniqlash so'raladi.

Bu interaktiv savol emas; o'quvchilar berilgan ma'lumotlarga asoslanib da'voni asoslab tushunishlari kutiladi. Har bir spinnerning tavsifi ekranning o'ng panelida berilgan: “Spinner A” ikkita teng o'lchamdagi qismga bo'lingan — biri ko'k, ikkinchisi esa qizil; “Spinner B” esa to'rtta teng o'lchamdagi qismga bo'lingan — ikkitasi ko'k, ikkitasi qizil. Bundan tashqari, strelka bo'limlar orasidagi chiziqqa tushsa, bu aylanish hisobga olinmasligi, strelkani qayta aylantirish kerakligi haqida eslatma bor. Garchi bu savol interaktiv bo'lmasa ham (ssenariy sinfdagi bunday tajriba o'tkazilayotganini tasvirlaydi), bu eslatma PISA test ishtirokchilari uchun qo'shilgan — strelka chiziqqa tushgan holatlar ehtimollikka ta'sir qilmasligini tushuntirish maqsadida.

Berilgan ma'lumotlardan shuni xulosa qilish mumkinki, har ikkala spinnerda ham ko'k rangli bo'limlarning miqdori bir xil, shuning uchun strelkaning ko'k bo'limda to'xtash ehtimoli ham ikkalasida bir xil bo'ladi, va shuning uchun da'vo noto'g'ri hisoblanadi. Bu topshiriq inson tomonidan baholanadi (pastda baholash yo'riqnomasi keltirilgan) va o'rtacha murakkablik darajasiga ega. Bu ajablanarli emas, chunki to'liq baho olish uchun kerakli tushuntirishlar qisman baho berilgan holatlar bilan bir xil, faqat noto'g'ri tanlov qilingan bo'ladi. E'tibor bering, baholash yo'riqnomasi har bir baho darajasidagi javoblarning to'liq ro'yxatini o'z ichiga olmaydi. Biroq, undagi namuna javoblar o'quvchilarning ushbu topshiriqqa qanday javob berishiga yaxshi misol bo'la oladi.



PISA 2022

Spinnerlar
Kirish

Siz mazkur qismda qolgan savollarga javob berish uchun simulyatsiyadan foydalanasiz. Mazkur simulyatsiyada, siz spinner uchun ehtimollikni o'rganishingiz mumkin.

Simulyatsiyani ishlatish uchun mazkur bosqichlarni bajarib:

1. Aylanishlar sonini o'rnatish uchun slayderni silljiting.
2. Natijalarni ko'rish uchun "Ishga tushirish" tugmasini bosing. Natijalar jadvalda aks etadi.
3. Ko'proq sinovlarni amalga oshirish uchun slayderning joyini o'zgartiring va yana "Ishga tushirish" tugmasini bosing.

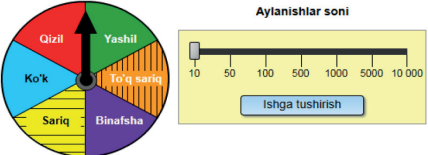
Jadval sizning ma'lumotlaringiz uchun 7 qatordan iborat.

☒ Jadvaldagi ma'lumotlar qatorini o'chirish uchun o'sha qator yonidagi o'chirish tugmasini bosing.

SPINNERLAR

Parpi simulyatorli veb-sayti topdi. Quyidagi spinner har biri turli rangda bo'lgan otitta teng o'chamli qismlarga bo'lingan.

Simulyatsiya ishga tushirilganda, tanlangan aylanishlar soniga asosan ko'rsatkich har bir rangda necha marta to'xtaganida jadvalda aks etadi. Qavs ichidagi qiymat shu aylanishlar soni uchun ko'rsatkich har bir rangda necha marta to'xtaganining foizidir.



Aylanishlar soni	Yashil	To'q sariq	Binafsha	Sariq	Ko'k	Qizil

Topshiriq nomi – Savol #	Spinnerlar: CMA159Q01 -savol
Mazmun soha	Ma'lumotlar va noaniqliklar
Matematik jarayon	Mulohaza yuritish
Kontekst	Shaxsiy
Savol shakli	Ochiq javobli – Inson tomonidan kodlanadi
Javob	Quyidagi baholash mezoniga qarang
Savodxonlik darajasi	3-daraja (to'liq kredit) - 3-daraja (qisman kredit)

To'liq kredit

Kod 2: "Yo'q" deb belgilaydi va izohni quyidagilardan birini tan oladi: har bir aylanuvchida ko'k rangda to'xtash ehtimoli bir xil **yoki** ko'k rangli maydon bir xil.



- [Yo'q] Har bir aylanuvchida ko'kda to'xtash ehtimoli bir xil.
- [Yo'q] Har bir aylanuvchida aylana teng ikki qismga bo'lingan va yarmi ko'k.
- U to'g'ri emas, chunki har bir aylanuvchida ko'k rang bir xil miqdorda. [Bu yerda "Yo'q" tanlovi nazarda tutilgan.]
- [Yo'q] Bu teng. ["Bu" degani ehtimollikka ishora qilmoqda.]
- [Yo'q] Chunki $1/2 = 2/4$. U to'g'ri emas, chunki har bir aylanuvchida ehtimol bir xil.
- U to'g'ri emas, chunki har bir aylanuvchida ehtimollik bir xil.
- [Yo'q] Har bir aylanuvchida ko'k yoki qizil rangda to'xtash ehtimoli teng. [Qabul qilinadi, chunki "har bir aylanuvchi" deb aniq aytilgan. Ko'k va qizil ehtimolini taqqoslash mumkin, faqat ikkala aylanuvchi ochiq aytilsa.]

Qisman kredit

Kod 1: "Ha" (Yes) deb belgilaydi, lekin "Yo'q" (No) ni qo'llab-quvvatlaydigan to'g'ri izoh beradi.

- [Ha] Har bir aylanuvchida ko'kda to'xtash ehtimoli bir xil.
- [Ha] Chunki $1/2 = 2/4$

Kreditsiz

Kod 0: Boshqa javoblar, jumladan "Ha" yoki "Yo'q" deb belgilab, noto'g'ri izoh berilgan yoki umuman izohsiz bo'lgan javoblar.

- [Yo'q] Ko'k yoki qizil rangda to'xtash ehtimoli teng. [Bu javob har ikkala aylanuvchini aniq aytmagan.]

- [Yo'q].
- [Ha] Chunki A aylanuvchidagi ko'k maydon B aylanuvchidan katta.

Kod 9: Bo'sh qoldirgan

Spinnerlar: CMA159Q02 -savol

Ushbu topshiriqdagi ikkinchi savolda o'quvchilardan har bir bo'limda strelka to'xtagan foizlar bilan nazariy ehtimollik — ya'ni $1/6$



— ni solishtirish soʻraladi, ayniqsa aylanishlar soni ortib borayotgan holatda. Yuqoridagi rasmda koʻrsatilgan maʼlumotlar yetti xil aylanish soni uchun misol sifatida keltirilgan, lekin bu oʻquvchilar ushbu savolda simulyatorni qanday ishlatishini yoki ular qanday natijalarni koʻrishini aniq ifodalamaydi. Shunga qaramay, asosiy tushuncha shuki, aylanishlar soni oshgani sayin strelkaning har bir rangda toʻxtash foizi nazariy ehtimollikka tobora yaqinlashadi. Yaʼni, $1/6 \approx 16,67\%$, va koʻp marta aylantirilganda strelkaning har bir rangda toʻxtash foizi odatda 16% va 17% oraligʻida boʻladi.

PISA 2022

Spinnerlar
 Savol 2 / 3

▶ Simulyatsiya qanday ishga tushiriladi

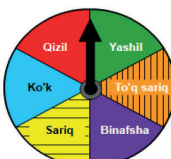
O'ng tomondagi "Spinnerlar" ga qarang. Quyidagi savolga javob berish uchun modeldan foydalaning. Savolga javobingizni yozing.

Ko'rsatkich o'ng tomonda ko'rsatilgan spinnerdagi oltita rangning birida to'xtashining nazariy ehtimolligi $\frac{1}{6}$.

Aylanishlar soni ortib borgan sari ko'rsatkichning har bir rangda necha marta to'xtashi foizi nazariy ehtimollikka bog'liqligi qanday?

Javobingizni tushuntiring.

SPINNERLAR
 Parpi simulyatori veb-sayti topdi. Quyidagi spinner har biri turli rangda bo'lgan oltita teng o'lchamli qismlarga bo'lingan.
 Simulyatsiya ishga tushirilganda, tanlangan aylanishlar soniga asosan ko'rsatkich har bir rangda necha marta to'xtagan jadvalda aks etadi. Qavs ichidagi qiymat shu aylanishlar soni uchun ko'rsatkich har bir rangda necha marta to'xtaganining foizidir.



Aylanishlar soni

10501005001000500010 000

Ishga tushirish

Aylanishlar soni	Yashil	To'q sariq	Binafsha	Sariq	Ko'k	Qizil

Bu savolning javobi inson tomonidan kodlanadi va birinchi savolga nisbatan qiyinroq hisoblanadi. Qisman kredit olingan javoblarning qiyinlik darajasi toʻliq kredit olingan javoblar bilan deyarli bir xil deb baholangan, garchi eng koʻp uchraydigan qisman kredit javobi bu foizlarni

2025/2

FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA



bir-biri bilan solishtirish bo'lgan bo'lsa-da — nazariy ehtimollik bilan emas. Shuni yodda tutish kerakki, kodlash qo'llanmasidagi namunaviy javoblar (ya'ni nuqtali ko'rinishda berilganlar) ushbu savolga javob berishning yagona yo'llari emas.

Topshiriq nomi – Savol #	Spinnerlar: CMA159Q02 -savol
Mazmun soha	Ma'lumotlar va noaniqliklar
Matematik jarayon	Talqin qilish/ baholash
Kontekst	Ilmiy
Savol shakli	Ochiq javobli – Inson tomonidan kodlanadi
Javob	Quyidagi baholash mezoniga qarang
Savodxonlik darajasi	5-daraja (to'liq kredit) - 5-daraja (qisman kredit)

To'liq kredit

Kod 2: Izohda shunday g'oya ifodalanadi: aylanishlar soni ortgani sari foizlar nazariy ehtimollikka tobora yaqinlashadi.

- Foizlar har bir rang uchun $\frac{1}{6}$ ga yaqinlashadi.
- 10 000 ta aylanishda foizlar 16-17% atrofida bo'lib, bu nazariy ehtimollik bo'lgan 16.667% ga yaqin. [Nazariy ehtimollik uchun 0.16 dan 0.17 gacha (ya'ni 16% dan 17% gacha) bo'lgan qiymatlar qabul qilinadi.]

- Aylanishlar soni ortgani sari har bir rang uchun foiz nazariy ehtimollikka yaqinlashadi.

Qisman kredit

Kod 1: Izohda quyidagi fikr ifodalanadi: aylanishlar soni ortgani sari ranglarning foizlari bir-biriga yaqinlashadi **YOKI** noto'g'ri nazariy ehtimollikka asoslangan qabul qilinadigan izoh beriladi.

- Aylanishlar soni ortgani sari foizlar bir-biriga yaqinlashadi.
- Ular 16% yoki 17% atrofida. [Bu yerda "ular" degani – har bir rangga to'xtash foizlari. Ammo bu javobda bu qiymatlar nazariy



ehtimollikka qanchalik yaqinligi haqida solishtirish yetishmayapti.]

- Foizlar har bir rang uchun $1/5$ ga yaqinlashadi.

Kreditsiz

Kod 0: Boshqa javoblar, masalan, “Ha” yoki “Yo‘q” deb javob berish, lekin noto‘g‘ri izoh berish yoki hech qanday izoh bermaslik.

- Masalan: “Chunki $1/6$ taxminan 16.67% .”

Kod 9: Bo‘sh qoldirgan / Javob yo‘q / Javob qoldirilmagan.

Spinnerlar: CMA159Q03 -savol

Bu topshiriqdagi oxirgi savol yangi spinnerni taqdim etadi, unda har biri turli o‘lchamdagi to‘rt bo‘lim mavjud. O‘quvchilardan simulator yordamida sariq va binafsha bo‘limlarining burchak o‘lchamini aniqlashlari so‘raladi. Jadvalda ikkita burchak o‘lchami kiritilgan. Bu, o‘quvchilarga savolga javob berishda sarflanadigan vaqtni qisqartirishga va ba‘zi qo‘llab-quvvatlashni taqdim etishga yordam beradi. Ya‘ni, bu savolga qanday javob berishni bilmagan o‘quvchilar ma‘lumotlarni yaratib, ikki ma‘lum burchak o‘lchamidan foydalanib, bu ma‘lumotlarni burchak o‘lchamini aniqlashda qanday qo‘llash mumkinligini o‘rganishlari mumkin.

Ushbu ekran tasvirida 10 000 marta aylantirish bilan barcha sinovlar ko‘rsatilgan. Yana bir bor aytish joizki, bu faqat illyustratsiya sifatida, o‘quvchilarning bu ma‘lumotni qanday ko‘rishi yoki nima qilishlari kerakligini ko‘rsatmaydi. Biroq, bu topshiriqdagi ikkinchi savolda ko‘rsatilganidek, katta miqdordagi aylantirishlar bilan tajribaviy foizlar har bir bo‘limda o‘qning to‘xtash ehtimolligiga juda yaqin bo‘ladi va bu g‘oya, bu yerda burchak o‘lchamlarini aniqlashda ham qo‘llaniladi. Ya‘ni, katta sonli aylantirishlar yordamida olingan tajribaviy foizlar, har bir rang to‘rtligi egallagan haqiqiy foizga juda yaqin bo‘ladi.

Masalan, yuqoridagi ekran tasviridan, o‘q sariq rangda taxminan 40% va binafsha rangda taxminan 20% to‘xtagan. Ushbu foizlar



va to'liq aylana 360 gradus bo'lishi tufayli burchak o'lchamlarini hisoblash mumkin: 360 ning 40% si 144 gradusga, 360 ning 20% si esa 72 gradusga teng. O'quvchilar yaratgan ma'lumotlarda va tanlagan foizlarda o'zgarish bo'lishi mumkin, shuningdek har bir burchak uchun ± 4 gradus o'zgartirish uchun ruxsat berilgan. E'tibor bering, burchak o'lchamlarining yig'indisi 360 ga teng bo'lmashligi mumkin, chunki har bir javob mustaqil ravishda hisoblanadi. Masalan, o'quvchilar sariq uchun 142 gradus va binafsha uchun 70 gradus deb javob berishlari mumkin – bu javoblar har biri o'zining qabul qilingan chegaralariga mos keladi va to'liq kredit olishadi, garchi bu, 356 gradusni tashkil etadigan aylana hosil qilsa-da ($142 + 70 + 126 + 18$).

PISA 2022

Spinnerlar

Savol 3 / 3

Simulyatsiya qanday ishga tushiriladi

O'ng tomondagi "Spinnerlar" ga qarang. Quyidagi savolga javob berish uchun modeldan foydalaning. Raqamli tugmalardan foydalanib, savolga javobingizni yozing.

Parpining yangi spinneri to'rtta turtli xil rangdagi qismlarga bo'lingan. Har bir qism turtli xil o'lchamda.

Spinnerdagi to'q sariq va yashil qismlarning gradus o'lchovlari quyidagi jadvalda berilgan.

Spinnerning sariq va binafsha qismlarining gradus o'lchamlarini aniqlashda simulyatsiyadan foydalaning.

Sariq		gradus
Binafsha		gradus
To'q sariq	126	gradus
Yashil	18	gradus

SPINNERLAR

Parpi yangi spinnerni ko'ytalashda veb saytdan foydalandi.

Simulyatsiya ishga tushirilganda, tanlangan aylanishlar soniga asosan ko'rsatkich har bir rangda necha marta to'xtaganini jadvalda aks etadi. Qavs ichidagi qiymat shu aylanishlar soni uchun ko'rsatkich har bir rangda necha marta to'xtaganining foizidir.

Aylanishlar soni

10 50 100 500 1000 5000 10 000

Ishga tushirish

Aylanishlar soni	Sariq	Binafsha	To'q sariq	Yashil

Bu savol qiyin (5-daraja) bo'ldi, ikkita burchak o'lchami berilgan bo'lsa ham, o'quvchilarga bu yerda ma'lumotlarni

qanday ishlatishni tushunish uchun yordam beradi. Qisman kredit olish uchun javoblar to'liq kredit olish kabi tushunishni talab qiladi, shuning uchun bu savolda qisman kredit olish juda qiyin (4-daraja).

Topshiriq nomi – Savol #	Spinnerlar: CMA159Q03 -savol
Mazmun soha	Fazo va shakl
Matematik jarayon	Talqin qilish/ baholash
Kontekst	Ilmiy
Savol shakli	Ochiq javobli – Kompyuter baholaydi
Javob	<u>To'liq Kredit:</u> Sariq = 144° [140 dan 148 gacha bo'lgan javoblar qabul qilinadi] Binafsha = 72° [68 dan 76 gacha bo'lgan javoblar qabul qilinadi] <u>Qisman Kredit:</u> Faqat sariq rang uchun qabul qilinadigan qiymatlar yoki Faqat binafsha rang uchun qabul qilinadigan qiymatlar yoki Javoblarni almashtirib qo'yadi: Sariq = 68 dan 76 gacha, Binafsha = 140 dan 148 gacha
Savodxonlik darajasi	6-daraja



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 29 apreldagi "Xalq ta'limi tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida" PF-5712-sonli farmonida xalqaro PISA tadqiqotiga oid vazifalar.

2. <https://www.oecd.org/en/about/programmes/pisa/pisa-test-mathematics.html>.

3. A.A.Ismailov, S.Palvannazirov N.A.Karimov, B.Q.Xaydarov, PISA matematik savodxonlik, metodik qo'lanma, Toshkent, 2025 yil, 232-bet.



MUNDARIJA

ILMIY-OMMABOP BO‘LIM

N. X. Qurbonov, Z. H. Muhammadiyev, B. R. Toshpulatov. Ba'zi parametrik tenglamalarni yechish usullari.....	3
R.M.Turgunbayev, H.D.Abdurahimova. Tekislikda turli metrikalar va ularga nisbatan aylana, ellips, giperbola va parabola tushunchalari	13
И. И. Сафаров, Д. М. Махмудова. Силжиш тўлкинини ковшок-эластик цилиндр кувур билан ўзаро таъсири.....	21
M. Saidaripova. Fizika amaliy mashg'ulotlarida axborot texnologiyalarini joriy etish	26

MATEMATIKA JOZIBASI

U.X. Xonqulov. Trigonometrik tenglamalarni yechishning bir usuli.....	33
С.С. Эгамбердиев. Эстетическое воспитание учащихся академических лицеев посредством альтернативных методов умножения	42

ILG'OR TAJRIBA VA O'QITISH METODIKASI

G'.S.Bozorov. Hosila yordamida ayniyatlarni isbotlash.....	48
D.E.Davletov, Sh.I.Sharipova. Uchburchak va parabola orasidagi ba'zi ajoyib munosabatlar	53
Sh.B. Ochilov, S. Davronova. Dual ta'limi asosida o'qitishda o'quvchilarning kognitiv qobiliyatlarini rivojlantirish texnologiyalari	60
J. U. Xujamov, M.D.Vaisova, Botirova Xurshida Davronbek qizi. Ferma-Eyler teoremasi va uning tadbiqlari	69
Sh.A.Egamqulov. Informatika va axborot texnologiyalari darslarida elektron ta'lim resurslaridan foydalanish metodikasi	78



OLIMPIADA VA MASALALAR YECHISH BO‘LIMI

Masalalar va yechimlar 84

TALAB, TAKLIF VA TAHLIL

A. I. Ashirova. Innovatsion yondashuv asosida bo‘lajak informatika fani o‘qituvchilarining kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish	96
A. R. Safarov, M.A. Axmatova. Rekurrent formulalar yordamida ba‘zi integrallarni hisoblash.....	104
N. Dilmuradov, E. O. Sharipov, X. U.Chuyanov. Hosila yordamida modellashtirish.....	114
Irkinov Ma‘murjon Botirjon o‘g‘li. Fizika fanini o‘qitishda simulyatsion dasturlar haqida dunyo ilmiy jamoatchiligining qarashlari.....	123
A. A. Axmedov, E.A.Qudratov, N.A.Soliyeva. Bo‘lajak fizika o‘qituvchilari eksperimental kompetentligini rivojlantirishda laboratoriya mashg‘ulotlarini takomillashtirishning imkoniyatlari...	131
A. U. Arziqulov, Q.K.Janiqulov. Parametrli algebraik tenglamalarni o‘zgarasni variatsiyalash usuli bilan yechish	139
R. R. Khamraeva. Innovative approaches to solving parametric equations: a case study using geogebra	149
M. A. Qalandarova. Maktab o‘quvchilarida moliyaviy savodxonlikni rivojlantirishda matematika darsining imkoniyatlaridan foydalanish	155
N. A. Karimov. PISA 2022 asosiy tadqiqotida matematik savodxonlik yo‘nalishi bo‘yicha test topshiriqlaridan namunalar va baholash mezonlari	162



Jurnalning ushbu sonini
tayyorlashda qatnashganlar:

*B. Olimov, F. Saidova, K. Mamatkarimov, R. Turgunboyev, F. Ochilov
Kompyuterda sahifalovchi: M. Dadajanova.*

*O‘zbekiston Respublikasi Matbuot va axborot agentligida
№ 0103 tartib raqami bilan ro‘yxatdan o‘tgan.*

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya Komissiyasi Filologiya,
Pedagogika va psixologiya fanlari bo‘yicha ekspert kengashi tavsiyasi
(21.04.2014. №4) va Rayosat qarori (30.04.2014. №205/3) ga asosan
fan doktori ilmiy darajasiga talabgorlar jurnallari ro‘yxatiga «Fizika,
matematika va informatika» jurnali kiritilgan.*

Tahririyat manzili:

**Toshkent shahr, Shayxontoxur tumani Ziyo ko‘chasi 6 - uy.
T.N.Qori Niyoziy nomidagi Tarbiya pedagogikasi milliy instituti**

FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA jurnali

Web-site: <http://uzpfiti.uz/uz2/fizika,matematika,informatika.htm>

E-mail: fizmat_jurnali@inbox.uz

Bosishga ruxsat etildi. 28.04. 2025 y. Qog‘oz bichimi 60x84 1/16.

Ofset bosma usulida bosildi. 13 bosma taboq.

Adadi nusxa 20. Buyurtma № 2

**“BIZNES POLIGRAF” MCHJ bosmaxonasi,
Toshkent shahar, Chilonzor katta Qozirobod 65 uy.**

